

Introduzione alla meccanica statistica del non equilibrio

Anno Accademico 2020/2021

Lista 3. – Consegna: Lezione 9

Esercizio 1 Estendere la trattazione del limite continuo del processo di estinzione al secondo ordine nella espansione in serie di Taylor in $1/N$. Si scriva l'equazione per l'evoluzione del momento secondo della fluttuazione $\langle \tilde{N}^2(t) \rangle$, dove $\tilde{N}(t) = N(t) - \langle N(t) \rangle$ e si risolva l'equazione nel caso di una condizione iniziale $N(0) = N_0$ con N_0 un numero non random.

Esercizio 2 Il modello SIR (susceptible-infected-recovered) di epidemia è basato sul sistema di tre equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{S} = -\beta IS/N, \\ \dot{I} = \beta IS/N - \gamma I, \\ \dot{R} = \gamma I, \end{cases} \quad (1)$$

dove S , I ed R sono i numeri di suscettibili al contagio, di infetti (contagiosi) e di guariti (non più contagiosi ed immuni) nella popolazione; $N = S + I + R$ è la popolazione totale, considerata costante nel modello; $R_0 = \beta/\gamma$ è detto numero di riproduzione.

- Inventarsi un modello microscopico che abbia la (1) nel limite di fluttuazioni trascurabili, e se ne derivi l'equazione master.
- Scrivere le equazioni di evoluzione per le quantità medie $\langle X_i(t) \rangle$ e le correlazioni $\langle \tilde{X}_i(t) \tilde{X}_j(t) \rangle$, $\tilde{X}_i(t) = X_i(t) - \langle X_i(t) \rangle$, $X_i = S, I, R$.