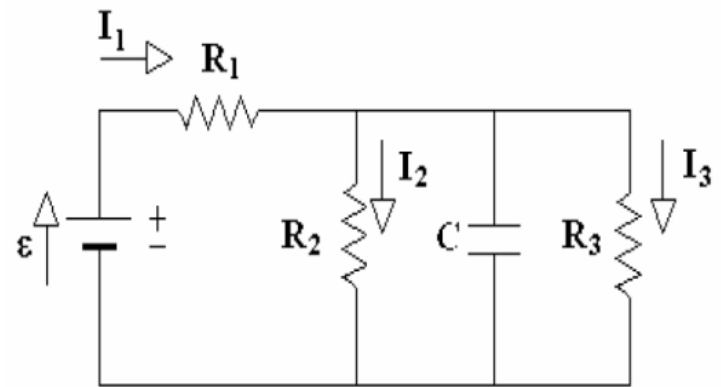


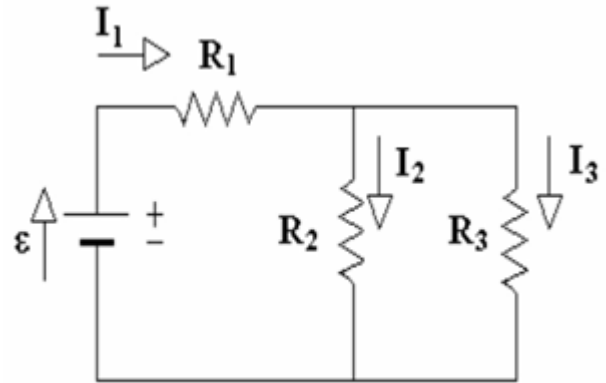
1) Dato il circuito mostrato in figura, dove il generatore ha forza elettromotrice $\varepsilon=9V$, i resistori hanno resistenze $R_1 = 1500 \Omega$, $R_2 = 500 \Omega$, $R_3 = 250 \Omega$ e la capacità è $C = 3\mu F$, supponendo che le correnti siano stazionarie, determinare:

a) la corrente i_2 ; b) la potenza dissipata su R_3 ; c) la carica accumulata sul condensatore.



Le correnti sono stazionarie, cio' significa che il condensatore è completamente carico e che quindi non circola alcuna corrente su quel ramo.

a) Per determinare la corrente che circola su R_2 occorre determinare la ddp ai suoi capi:



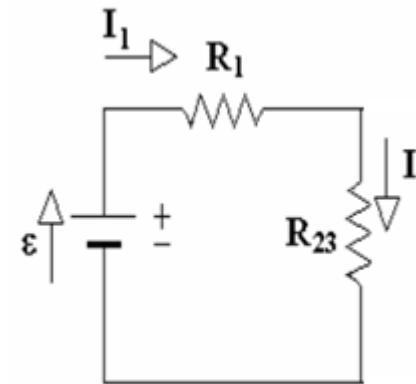
$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 167 \Omega$$

R_1 e R_{23} sono collegate in serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_{23} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_{23}} = 5.4 mA$$

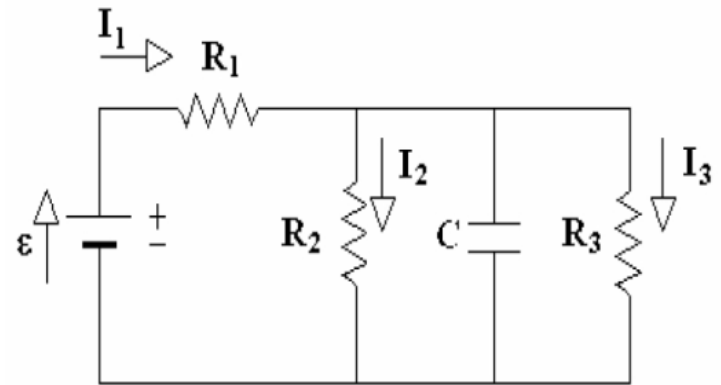
$$V_2 = IR_{23} = 0.9V$$

R_2 e R_3 hanno stessa tensione ma I diverse: $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 1.8 mA$



1) Dato il circuito mostrato in figura, dove il generatore ha forza elettromotrice $\varepsilon=9V$, i resistori hanno resistenze $R_1 = 1500 \, \Omega$, $R_2 = 500 \, \Omega$, $R_3 = 250 \, \Omega$ e la capacità è $C = 3\mu F$, supponendo che le correnti siano stazionarie, determinare:

a) la corrente i_2 ; b) la potenza dissipata su R_3 ; c) la carica accumulata sul condensatore.



b) Per determinare la potenza dissipata su R_3 :

$$P = I_3^2 R_3 = \frac{V_2}{R_3} = 3.24 mW$$

c) La carica accumulata sul condensatore sarà:

$$Q = C \cdot V_2 = 3 \times 10^{-6} F \cdot 0.9V = 2.7 \times 10^{-6} C$$

2) Nel circuito mostrato in figura, la fem $\xi=1.20$ kV, $C=6.5$ μ F inizialmente scarico, $R_1=R_2=R_3=0.73$ M Ω . Al tempo $t=0$ l'interruttore viene chiuso, determinare (a) la corrente i_1 sul resistore 1; (b) la corrente i_2 sul resistore 2; (c) la corrente i_3 sul resistore 3. Al tempo $t=\infty$ quali saranno (d) i_1 ; (e) i_2 ; (f) i_3 ? Quale sarà la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_2 al tempo (g) $t=0$ e (h) al tempo $t=\infty$?

Al tempo $t=0$ il condensatore è completamente scarico.

Supponiamo che le correnti sulle resistenze circolino come in figura. Appliciamo la legge dei nodi su A

$$I_1 = I_2 + I_3$$

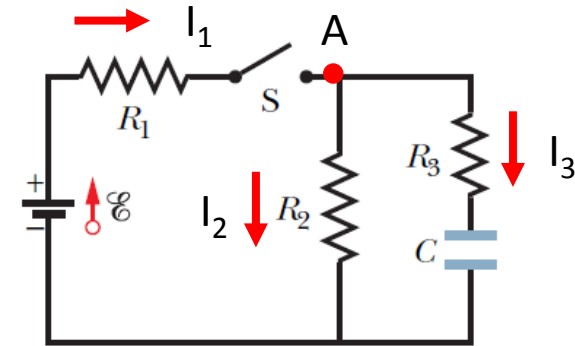
Applicando la legge delle maglie:

$$\begin{cases} -I_2 R_2 - I_1 R_1 + \varepsilon = 0 \\ I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -I_2 R - I_1 R + \varepsilon = 0 & \text{le resistenze sono tutte uguali} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 R - (I_1 - I_2) R = 0 & \text{dalla legge dei nodi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -I_2 R - I_1 R + \varepsilon = 0 \\ (I_2 - I_1 + I_2) R = 0 \rightarrow 2I_2 = I_1 \rightarrow I_2 = \frac{I_1}{2} \end{cases} \rightarrow \varepsilon = I_1 R + \frac{I_1}{2} R = \frac{3}{2} I_1 R$$

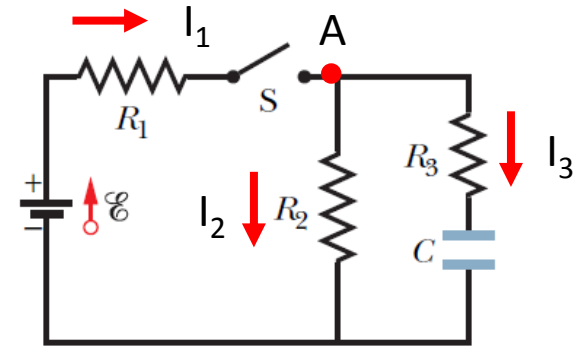


2) Nel circuito mostrato in figura, la fem $\xi=1.20$ kV, $C=6.5$ μF inizialmente scarico, $R_1=R_2=R_3=0.73\text{M}\Omega$. Al tempo $t=0$ l'interruttore viene chiuso, determinare (a) la corrente i_1 sul resistore 1; (b) la corrente i_2 sul resistore 2; (c) la corrente i_3 sul resistore 3. Al tempo $t=\infty$ quali saranno (d) i_1 ; (e) i_2 ; (f) i_3 ? Quale sarà la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_2 al tempo (g) $t=0$ e (h) al tempo $t=\infty$?

$$\text{a) } I_1 = \frac{2\varepsilon}{3R} = 1.1\text{mA}$$

$$\text{b) } I_2 = \frac{1}{2} \frac{2\varepsilon}{3R} = 0.55\text{mA}$$

$$\text{c) } I_3 = I_1 - I_2 = 0.55\text{mA}$$



Al tempo $t=\infty$ il condensatore è completamente carico, quindi non passa corrente nel ramo contenente R_3 : $I_1 = I_2$

$$\varepsilon - I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0$$

$$\text{d) } \varepsilon - I_1 R - I_1 R = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{2R} = 0.82\text{mA}$$

$$\text{e) } I_2 = I_1$$

$$\text{f) } I_3 = 0$$

2) Nel circuito mostrato in figura, la fem $\xi=1.20$ kV, $C=6.5$ μ F inizialmente scarico, $R_1=R_2=R_3=0.73$ M Ω . Al tempo $t=0$ l'interruttore viene chiuso, determinare (a) la corrente i_1 sul resistore 1; (b) la corrente i_2 sul resistore 2; (c) la corrente i_3 sul resistore 3. Al tempo $t=\infty$ quali saranno (d) i_1 ; (e) i_2 ; (f) i_3 ? Quale sarà la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_2 al tempo (g) $t=0$ e (h) al tempo $t=\infty$?

Per calcolare la differenza di potenziale consideriamo:

$$\begin{cases} -I_2 R_2 - I_1 R_1 + \varepsilon = 0 \\ -\frac{q}{C} + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \end{cases}$$

$$-I_2 R - (I_2 + I_3) R + \varepsilon = 0 \rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon - I_3 R}{2R}$$

$$-\frac{q}{C} + \frac{\varepsilon - I_3 R}{2R} R - I_3 R = 0 \rightarrow -\frac{q}{C} + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{3I_3 R}{2} = 0$$

I_3 varia nel tempo:

$$I_3 = \frac{dq}{dt} \rightarrow \frac{3R}{2} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \frac{\varepsilon}{2}$$

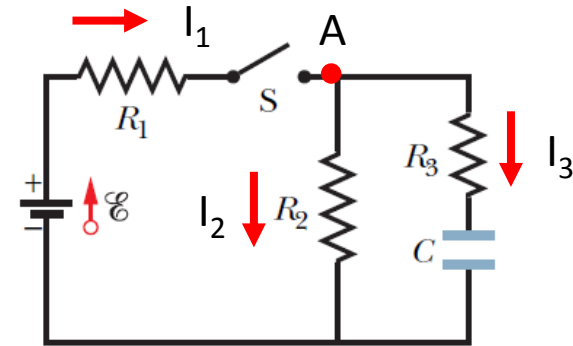
$$\tau = \frac{3RC}{2} \quad ; \quad V = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$q = \frac{C\varepsilon}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t}{3RC}} \right) \rightarrow I_3(t) = \frac{\varepsilon}{3R} \left(e^{-\frac{2t}{3RC}} \right)$$

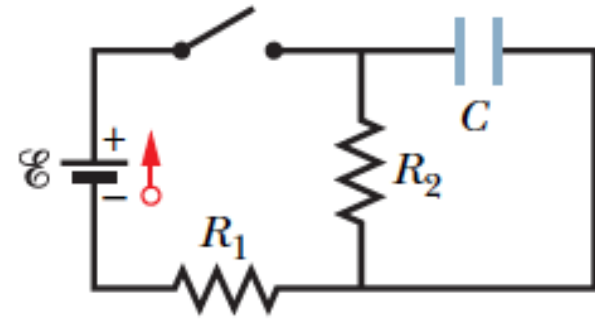


$$t \rightarrow 0 ; e^{\dots} \rightarrow 1 ; V_2 = \frac{\varepsilon}{3} = 400V$$

$$t \rightarrow \infty ; e^{\dots} \rightarrow 0 ; V_2 = \frac{\varepsilon}{2} = 600V$$



- 3) Nel circuito mostrato in figura, la batteria ha una fem $\mathcal{E}=20.0\text{V}$, le resistenze $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=15\text{k}\Omega$, e un condensatore $C=0.40\mu\text{F}$. Inizialmente l'interruttore è chiuso (il condensatore è completamente carico), quindi si apre l'interruttore al tempo $t=0$. Qual è la corrente che attraversa la resistenza R_2 al tempo $t=4\text{ms}$?



All'apertura dell'interruttore il condensatore inizia a scaricarsi. La tensione ai capi di C è la stessa ai capi di R_2 :

$$I_2 = \frac{V_C}{R_2}$$

V_C ?

$$V_0 = V_2 = IR_2 = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \right) R_2 = 12\text{V}$$

$$V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = 12\text{V} e^{-\frac{0.004\text{s}}{15\text{k}\Omega \cdot 0.4\mu\text{F}}} = 6.16\text{V} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{6.16\text{V}}{15\text{k}\Omega} = 0.41\text{mA}$$

Oppure:

$$I_0 = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \right) \rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \right) e^{-\frac{t}{RC}} = 0.41\text{mA}$$