

1. Un condensatore a piatti paralleli ha una capacità di 225pF, l'area dei piatti è di 78.5cm^2 e uno strato di mica come dielettrico ($\kappa_e=5.40$). Si applichi una tensione di 65.4 V e si calcoli: a) l'intensità del campo elettrico nella mica, b) la quantità di carica libera sui piatti, c) la quantità di carica superficiale indotta.

a) Partendo dalla legge di Gauss, per un condensatore senza dielettrico abbiamo:

$$\epsilon_0 \oint E d\vec{A} = q \Rightarrow E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

In presenza di dielettrico, il campo diventa:

$$E_d = \frac{E_0}{\kappa_e} = \frac{q}{\kappa_e \epsilon_0 A} = \frac{C_0 V}{\kappa_e \epsilon_0 A} \approx 40 \text{KV} / \text{m}$$

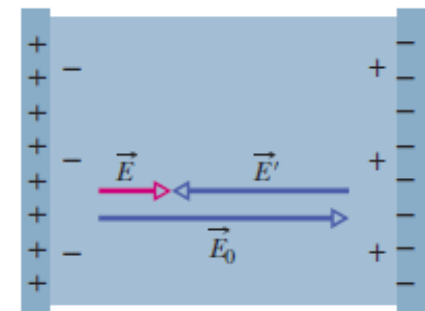
b) la quantità di carica libera sui piatti è semplicemente:

$$q_{lib} = C_0 V$$

c) la carica superficiale indotta sul dielettrico può essere derivata dalla relazione:

$$E = E_0 + E'$$

$$\frac{q}{\kappa_e \epsilon_0 A} = \frac{q}{\kappa_e \epsilon_0 A} + \frac{q'}{\epsilon_0 A} \Rightarrow q' = q \left(1 - \frac{1}{\kappa_e} \right)$$



2) Un condensatore a piatti paralleli operanti in aria, avente un'area di 67cm^2 e una separazione tra i piatti di 2.3mm , viene caricato con una differenza di potenziale di 500V . Si determini a) la capacità, b) la quantità di carica su ciascun piatto, c) l'energia immagazzinata, d) il campo elettrico tra i piatti.

a) La capacità di un condensatore in presenza di dielettrico è data da:

$$C = \frac{\kappa_e \epsilon_0 A}{d}$$

b) La quantità di carica su ciascun piatto è semplicemente la carica libera

$$q_{lib} = C_0 V$$

c) L'energia immagazzinata è definita come:

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

d) Per calcolare il campo elettrico tra i piatti possiamo considerare il lavoro compiuto dal campo elettrico per spostare la carica di prova da un punto iniziale al punto finale:

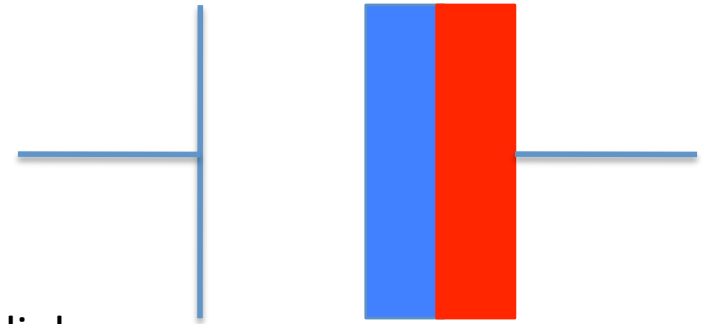
$$L_{ab} = -qEd \quad \Delta U = -L_{ab}$$

$$V_b - V_a = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-L_{ab}}{q} = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d}$$

3) Un condensatore piano di superficie $S=180 \text{ cm}^2$ e distanza tra le armature $d=5\text{mm}$ viene caricato fino a raggiungere una differenza di potenziale tra le due armature di $V_0=500\text{V}$, e quindi isolato. Successivamente viene introdotto un blocco a forma di parallelepipedo con la superficie della stessa forma e dimensione di quella del condensatore. Il blocco è costituito da due strati entrambi di spessore $d'=1\text{mm}$, ma di materiale dielettrico con costante dielettrica $k=3$ il primo, e di materiale conduttore il secondo. Qual è a) La carica depositata sulle armature del condensatore, b) La capacità del condensatore, c) Il lavoro necessario ad estrarre il blocco?

a) La carica depositata sulle armature del condensatore è semplicemente la carica libera

$$q_{lib} = C_0 V \quad \text{con} \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



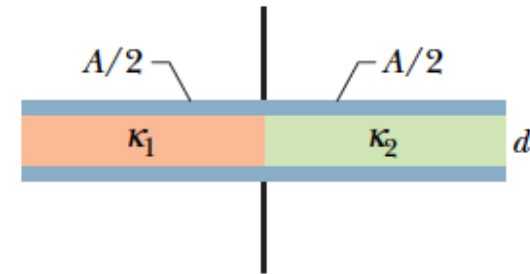
b) Il condensatore può essere considerato come la somma di due condensatori in serie, pertanto:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} \quad C_b = \frac{\kappa_e \epsilon_0 A}{d'} \quad C_a = \frac{\epsilon_0 A}{d - 2d'}$$

c) Il lavoro può essere calcolato a partire dalla definizione di energia potenziale, sarà uguale alla differenza di energia accumulata nel condensatore senza e con dielettrico:

$$E_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0} \quad ; \quad E_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

4) Si determini la capacità di un condensatore a piatti paralleli, riempito con due dielettrici, come mostrato in figura. La distanza tra i piatti è $d=5.56$ mm, mentre l'area dei piatti è $A=5.56$ cm². La parte di sinistra è riempita con un materiale di costante dielettrica $k_1=7$, mentre il materiale alla destra ha costante dielettrica $k_2=12$



Il condensatore può essere considerato come due condensatori connessi in parallelo, ognuno con area $A/2$ e distanza tra i piatti d , riempiti con un materiale di costante dielettrica $k_1=7$, mentre il materiale alla destra ha costante dielettrica $k_2=12$. Quindi:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\kappa_1 \epsilon_0 \frac{A}{2}}{d} + \frac{\kappa_2 \epsilon_0 \frac{A}{2}}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{2d} (\kappa_1 + \kappa_2)$$