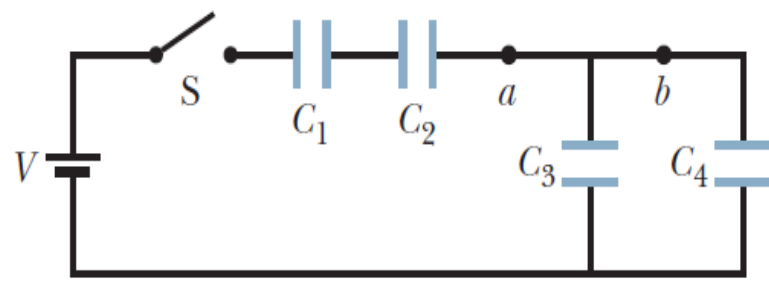


Esercizio 1: In figura a fianco è schematizzato un circuito in cui i condensatori hanno capacità $C_2=3.0\mu\text{F}$, $C_4=4.0\mu\text{F}$ e la batteria genera una ddp di 9.0V . Tutti i condensatori sono inizialmente scarichi. Quando l'interruttore viene chiuso una carica di $12\mu\text{C}$ passa attraverso il punto a e una carica di $8\mu\text{C}$ passa attraverso il punto b.

Determinare le capacità dei condensatori a) C_1 e b) C_3 .

$C_2=3.0\mu\text{F}$
 $C_4=4.0\mu\text{F}$
 $fem=9.0\text{V}$

$Q_a=12\mu\text{C}$
 $Q_b=8\mu\text{C}$



Dato che sul punto a passa una carica di $12\mu\text{C}$ e la carica di $8\mu\text{C}$ passa attraverso il punto b, si ha che sul condensatore C_3 ci sarà una carica $Q_3=12\mu\text{C} - 8\mu\text{C} = 4\mu\text{C}$, mentre su C_4 una carica $Q_4= 8\mu\text{C}$. Poiché C_3 e C_4 sono collegati in parallelo, ai loro capi hanno la stessa ddp:

$$V_{Q_4} = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{8\mu\text{C}}{4\mu\text{F}} = 2\text{V}$$

da cui:

$$V_{Q_3} = V_{Q_4} = \frac{Q_3}{C_3} \rightarrow C_3 = \frac{Q_3}{V_{Q_3}} = \frac{4\mu\text{C}}{2\text{V}} = 2\mu\text{F}$$

Ora, per determinare C_1 , considerando che C_1 , C_2 e C_{34} sono collegati in serie, possiamo scrivere:

$$V = \frac{Q}{C_{eq}} \rightarrow C_{eq} = \frac{Q}{V} = \frac{12\mu\text{C}}{9\text{V}} = 1.333\mu\text{F}$$

dove la capacità equivalente è:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{34}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_{34}} = 2.5 \times 10^5 \text{ F}^{-1}$$

$$C_1 = 4\mu\text{F}$$

Esercizio 2: Un condensatore a piatti paralleli ha una capacità di $1.85\mu\text{F}$, l'area dei piatti è di 50cm^2 e tra i due piatti è posto un dielettrico di costante relativa $\epsilon_r=7.50$. Ai capi del condensatore è applicata una tensione di 235 V . Calcolare:

- a) l'intensità del campo elettrico all'interno del condensatore;
- b) la quantità di carica libera sui piatti;
- c) la quantità di carica superficiale indotta su dielettrico.

Il condensatore viene fatto scaricare tramite una resistenza $R = 150\Omega$.

- d) Determinare il tempo che impiega la carica del condensatore a ridursi a $1/e$ di quella iniziale.

a) l'intensità del campo elettrico all'interno del condensatore

Campo elettrico nel dielettrico è dato da:

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} = \frac{C \cdot V}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} = 1.3 \times 10^9 \text{ V/m}$$

b) la quantità di carica libera sui piatti è semplicemente:

$$q_{lib} = C \cdot V = 4.3 \times 10^{-4} \text{ C}$$

c) la quantità di carica superficiale indotta su dielettrico:

$$q_{ind} = q_{lib} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) = 3.8 \times 10^{-4} \text{ C}$$

Esercizio 2: Un condensatore a piatti paralleli ha una capacità di $1.85\mu\text{F}$, l'area dei piatti è di 50cm^2 e tra i due piatti è posto un dielettrico di costante relativa $\epsilon_r=7.50$. Ai capi del condensatore è applicata una tensione di 235 V . Calcolare:

- a) l'intensità del campo elettrico all'interno del condensatore;
- b) la quantità di carica libera sui piatti;
- c) la quantità di carica superficiale indotta su dielettrico.

Il condensatore viene fatto scaricare tramite una resistenza $R = 150\Omega$.

- d) Determinare il tempo che impiega la carica del condensatore a ridursi a $1/e$ di quella iniziale.

d) Scarica del condensatore:

$$q_{finale} = q_{iniziale} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La carica si riduce di $1/e$ della carica iniziale se:

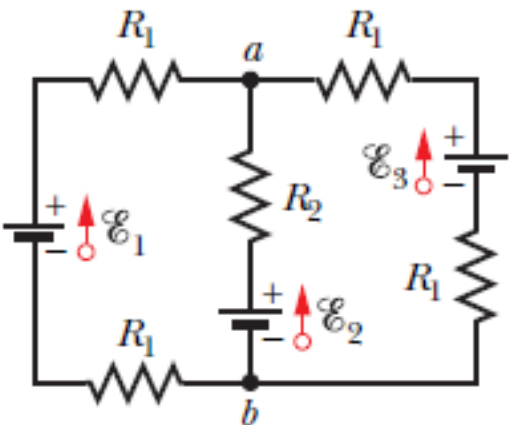
$$\frac{q_{finale}}{q_{iniziale}} = \frac{1}{e} = e^{-1} \quad \rightarrow \quad \frac{t}{\tau} = 1 \quad \rightarrow \quad t = \tau$$

$$\tau = R \cdot C = 150\Omega \cdot 1.85\mu\text{F} = 2.8 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

$$t = 2.8 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

Esercizio 3: Nella figura a fianco si hanno $R_1=1.0\Omega$, $R_2=2.0\Omega$, mentre $\mathcal{E}_1=2.0V$, $\mathcal{E}_2= \mathcal{E}_3= 4.0V$. Qual è l'intensità e la direzione della corrente

- nella batteria 1;
- nella batteria 2;
- nella batteria 3?
- Qual è la differenza di potenziale V_a-V_b ?



Possiamo applicare le leggi di Kirchhoff oppure possiamo controllare se il circuito si può semplificare per simmetria.
 Poiché $\mathcal{E}_2= \mathcal{E}_3$ allora $R_2=2R_1$, cio' significa che nella maglia di destra circola la stessa corrente:

$$i_2 = i_3 = i$$

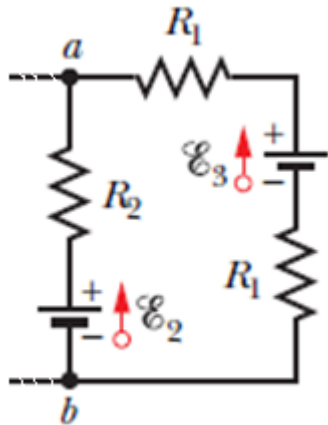
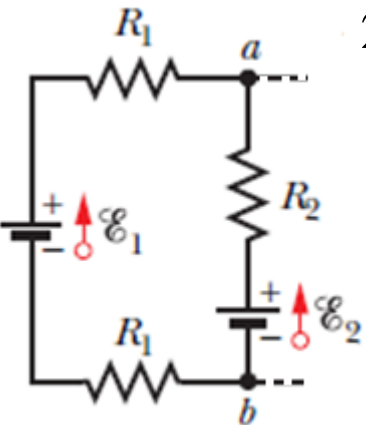
posto i_2 corrente che attraversa \mathcal{E}_2 e i_3 corrente che attraversa \mathcal{E}_3 .
 Analizzando la maglia di sinistra abbiamo sempre $R_2=2R_1$ e:

$$2\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \rightarrow i_1 = 2i$$

ricavando la corrente da:

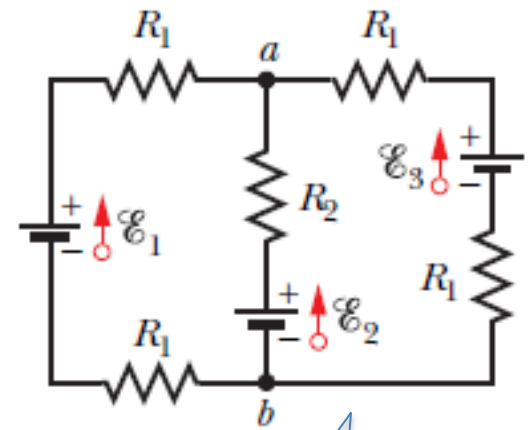
$$V_b - V_a = \mathcal{E}_2 - iR_2 = \mathcal{E}_1 + (2i)(2R_1)$$

$$\rightarrow i = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{4R_1 + R_2} = 0.33A$$



Esercizio 3: Nella figura a fianco si hanno $R_1=1.0\Omega$, $R_2=2.0\Omega$, mentre $\mathcal{E}_1=2.0V$, $\mathcal{E}_2=\mathcal{E}_3=4.0V$. Qual è l'intensità e la direzione della corrente

- nella batteria 1;
- nella batteria 2;
- nella batteria 3?
- Qual è la differenza di potenziale V_a-V_b ?



Allora, ricapitolando si ha:

a) La corrente nella batteria ε_1 è $i_1 = 2i = 0.67\text{ A}$, verso il basso;

b) La corrente nella batteria ε_2 è $i_2 = 0.33\text{ A}$, verso l'alto:

c) La corrente che attraversa il generatore ε_3 è $i_3 = i_2 = 0.33\text{ A}$, anch'essa verso l'alto;

d) La ddp è data da:

$$V_a - V_b = \varepsilon_2 - iR_2 = 3.3V$$

$$i_2 = i_3 = i$$

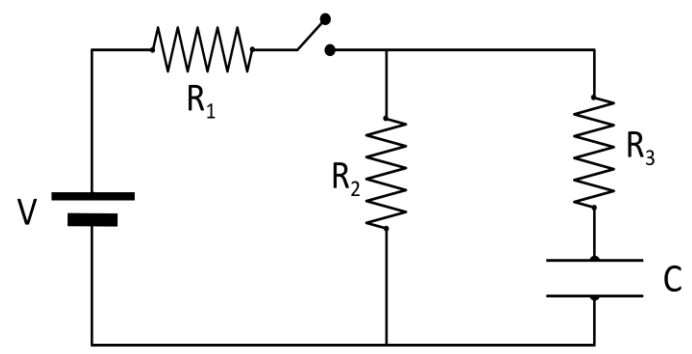
$$2\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \rightarrow i_1 = 2i$$

$$i = 0.33\text{A}$$

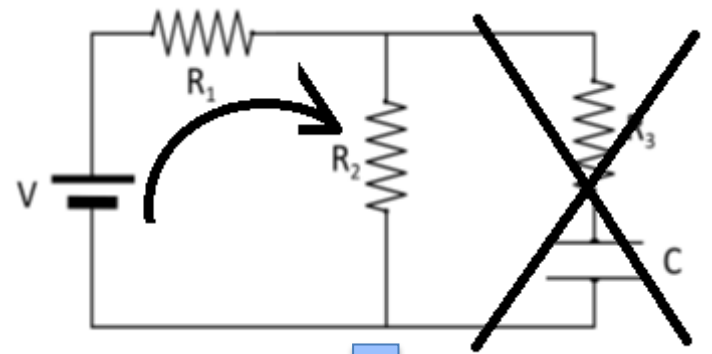
Esercizio 4: Nel circuito in figura si hanno $R_1=850\ \Omega$, $R_2=250\ \Omega$, $R_3=750\ \Omega$, $C=150\mu\text{F}$, $V=12\text{V}$. Inizialmente, l'interruttore è chiuso ed il condensatore è carico. All'istante $t = 0$ si apre l'interruttore ed il condensatore comincia a scaricarsi.

Determinare:

- a) quanto vale la costante di tempo τ per la scarica
- b) quanto vale la tensione ai capi del condensatore dopo che è trascorso un tempo pari ad una volta la costante di tempo (cioè dopo un tempo $t = \tau$).



Inizialmente il capacitore è carico, quindi nel ramo che lo contiene non circola alcuna corrente. Mentre nella maglia sinistra abbiamo una corrente che attraversa le resistenze, collegate in serie.



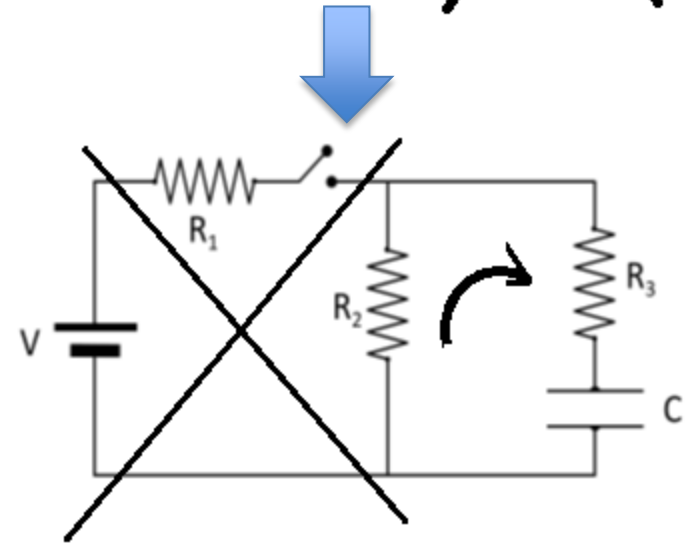
Al tempo $t=0$, quindi all’apertura dell’interruttore, il condensatore si scarica, pertanto circolerà una corrente nel solo ramo di destra. Allora:

- a) **La costante di tempo** è data da

$$\tau = R_{eq} C = (R_2 + R_3) C = 0.15\text{sec}$$

- b) **Al tempo $t= \tau$**

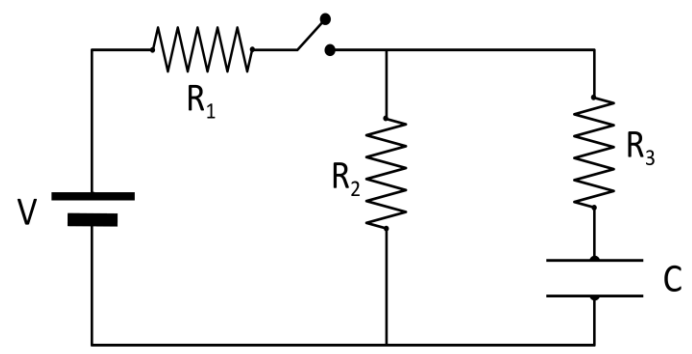
$$V_C = V_C(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{t=\tau} V_C = V_C(0) \cdot e^{-1} = \frac{V_C(0)}{e}$$



Esercizio 4: Nel circuito in figura si hanno $R_1=850\ \Omega$, $R_2=250\ \Omega$, $R_3=750\ \Omega$, $C=150\mu F$, $V=12V$. Inizialmente, l'interruttore è chiuso ed il condensatore è carico. All'istante $t = 0$ si apre l'interruttore ed il condensatore comincia a scaricarsi.

Determinare:

- a) quanto vale la costante di tempo τ per la scarica
- b) quanto vale la tensione ai capi del condensatore dopo che è trascorso un tempo pari ad una volta la costante di tempo (cioè dopo un tempo $t = \tau$).



b) Al tempo $t= \tau$ $V_C = V_C(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{t=\tau} V_C = V_C(0) \cdot e^{-1} = \frac{V_C(0)}{e}$

Prima dell'apertura: $V(R_3) = 0 \longrightarrow$ perché non circola corrente
 Così : $V_C(0) = V(R_2)$

Ma la ddp ai capi di R_2 : $V(R_2) = IR_2 = \frac{V_{batteria}}{R_1 + R_2} R_2 \approx 2.73V$

$$\frac{V_C(0)}{e} \approx 1V$$