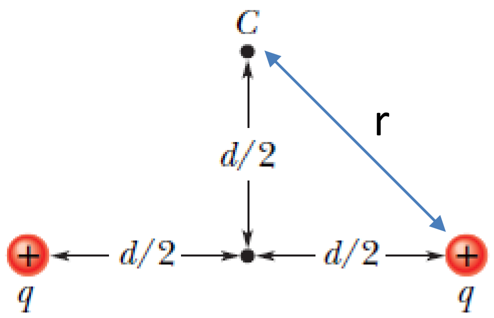
1) Due cariche Q= 2.0μC sono fisse nello spazio ad una distanza d = 2.0cm l'una dall'altra. a) Qual è il potenziale elettrico nel punto C, mostato in figura? b) Una terza carica Q' = 2.0μC viene portata lentamente dall'infinito in C. Quanto lavoro è necessario? c) Qual è l'energia potenziale U della configurazione quando la terza carica è al suo posto?



a) Potenziale in C

Le cariche sono uguali e alla stessa distanza. Usando il teorema di Pitagora:

$$r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Il potenziale elettrico nel punto C è la somma dei potenziali dovuti ad ogni singola carica, come se le altre non ci fossero:

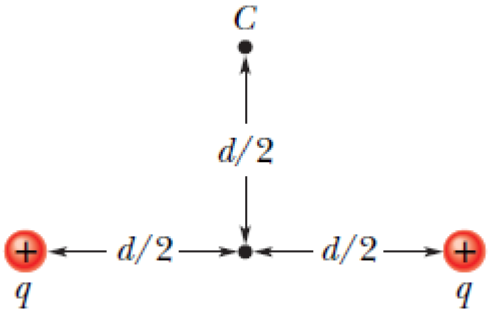
$$V = \sum_i V_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i} = 2\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\sqrt{2}}{d}\right) = \frac{\left(9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)2\cdot\sqrt{2}\left(2\times10^{-6}C\right)}{\left(2\times10^{-2}m\right)} = 2.5\times10^6 V$$

b) Lavoro fatto per portare la carica in C

Portando la carica dall'infinito su C l'energia potenziale varia da 0 a qV. Pertanto il lavoro necessario sarà

$$L = q_3 V = \left(2\times10^{-6}C\right)\left(2.5\times10^6 V\right) = 5.1J$$

1) Due cariche Q= 2.0μC sono fisse nello spazio ad una distanza d = 2.0cm l'una dall'altra. a) Qual è il potenziale elettrico nel punto C, mostato in figura? b) Una terza carica Q' = 2.0μC viene portata lentamente dall'infinito in C. Quanto lavoro è necessario? c) Qual è l'energia potenziale U della configurazione quando la terza carica è al suo posto?



c) Energia potenziale sistema di tre cariche

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r}}_{Lavoro} =$$

$$= \frac{\left(9\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(2\times10^{-6}C\right)^2}{\left(2\times10^{-2}m\right)} + 5.1J = 6.9J$$

2) Nell'origine O degli assi (x,y) è fissata una particella carica positivamente con carica +Q = 3 10-8 C. Una carica di prova positiva +q = 5 10-16 C, si sposta dal punto A=(2m, 1m) al punto B=(4m, 1m). Si calcoli:

a) il modulo del campo elettrostatico nel punto A;

b) il lavoro compiuto dalla forza elettrostatica durante lo spostamento della particella da A a B.

a) Il campo elettrostatico E è generato dalla carica +Q, sorgente di campo. Il modulo di E nel punto A di coordinate (2m,1m) è dato da:

$$|\vec{E}| = k\frac{Q}{(OA)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{(OA)^2} = \frac{1}{4\times\pi\times 8{,}85\times10^{-12}\,C^2/N\,m^2}\times\frac{3\times10^{-8}\,C}{5\,m^2} = 53.9\,N/C$$

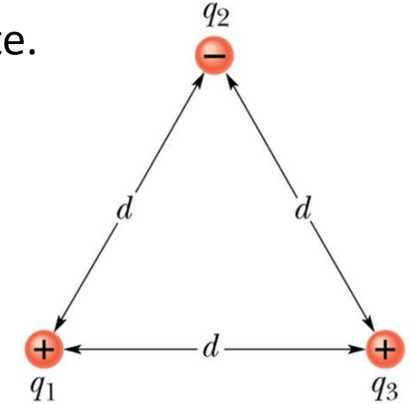
b) Il lavoro *L* compiuto dalla forza elettrostatica per spostare la carica di prova +q da A a B è uguale ed opposto alla variazione di energia potenziale elettrostatica *U* fra i punti A e B:

$$L = -\Delta U = U(A) - U(B)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}Q\,q\left(\frac{1}{OA}-\frac{1}{OB}\right) = (8.99\times10^9)\times(3\times10^{-8}\,C)\times(5\times10^{-16}\,C)\times\left(\frac{1}{\sqrt{5\,m^2}}J - \frac{1}{\sqrt{17\,m^2}}J\right)$$

$$= 2.757\times10^{-14}\,J \sim 2.7\times10^{-14}\,J$$

3. Tre cariche sono tenute ferme nelle posizioni in figura da forze non indicate. Qual è l'energia potenziale elettrica del sistema di cariche? Si assuma che sia d=12cm e che q_1=+q, q_2=-4q e q_3=+2q, con q=150nC.



Immaginiamo di costruire la distribuzione portando una alla volta le cariche dall'infinito alla loro posizione finale. L'energia potenziale elettrica sarà la somma delle energie necessarie per ciascuna carica. Per la prima carica q1, non si spende energia visto che le altre cariche sono ancora all'infinito e non esercitano una forza. Per la seconda, in presenza della prima:

$$U_{2,1} = q_2 V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d}$$

Infine l'energia per portare la terza carica in presenza delle prime due:

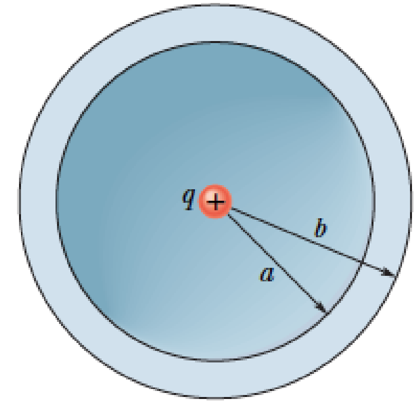
$$U_{3,\{1,2\}} = q_3 V_1 + q_3 V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{d} + \frac{q_2 q_3}{d}\right)$$

L'energia totale è la somma delle due precedenti:

$$U_{1,2,3} = U_{2,1} U_{3,\{1,2\}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{d}\left(q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3\right) =$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d}\left(-4+2-8\right) = -10\cdot 8.99\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\frac{1.5\cdot 10^{-7}C}{0.12m} = -0.0168J$$

4) Nel centro di un conduttore sferico cavo, avente raggio interno a=10 cm e raggio esterno b=20cm, è presente una carica puntiforme q_1 = +5fC. a) Determinare il campo e il potenziale nelle regioni r<a, a<r<b, r>b.
Una quantità di carica $q_2=3q_1$ viene portata da distanza infinita e aggiunta al conduttore. b) Determinare il campo e il potenziale nelle tre regioni. c) Determinare il lavoro effettuato per portare la carica q_2 dall'infinito al conduttore.



a) a<r<b E=0 poiché nel conduttore il campo elettrico è nullo; mentre per r<a ; r>b il campo è quello della carica q_1

$$E_{r<a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2} \qquad E_{a<r<b} = 0 \qquad E_{r>b} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}$$

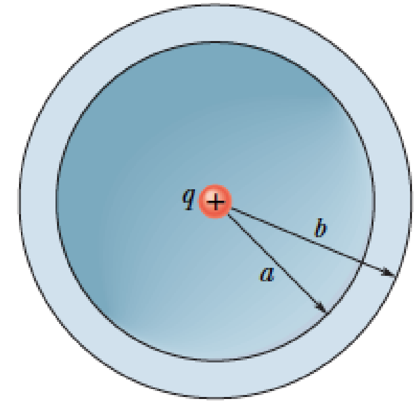
sulle due superfici interna ed esterna del conduttore si inducono le cariche $-q_1$ e q_1 rispettivamente

$$V_{r<a} = k\left(\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{a} + \frac{q_1}{b}\right) \quad \rightarrow$$ Somma del potenziale delle tre distribuzioni di carica, V(infinito)=0

$$V_{a<r<b} = k\frac{q_1}{b} \quad \rightarrow$$ Costante all'interno del conduttore

$$V_{r>b} = k\frac{q_1}{r} \quad \rightarrow$$ Dovuto alla carica q_1

4) Nel centro di un conduttore sferico cavo, avente raggio interno a=10 cm e raggio esterno b=20cm, è presente una carica puntiforme q_1 = +5fC. a) Determinare il campo e il potenziale nelle regioni r<a, a<r<b, r>b.
Una quantità di carica $q_2=3q_1$ viene portata da distanza infinita e aggiunta al conduttore. b) Determinare il campo e il potenziale nelle tre regioni



b) La carica q_2 modifica la carica del conduttore

$$E_{r<a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2} \qquad E_{a<r<b} = 0 \qquad E_{r>b} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1+q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_1}{r^2}$$

$$V_{r<a} = k\left(\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{a} + \frac{q_1+q_2}{b}\right) \quad \rightarrow$$ Somma del potenziale delle tre distribuzioni di carica, V(infinito)=0

$$V_{a<r<b} = k\frac{q_1+q_2}{b} \quad \rightarrow$$ Costante all’interno del conduttore

$$V_{r>b} = k\frac{q_1+q_2}{r} \quad \rightarrow$$ Dovuto alle cariche q_1 e q_2