

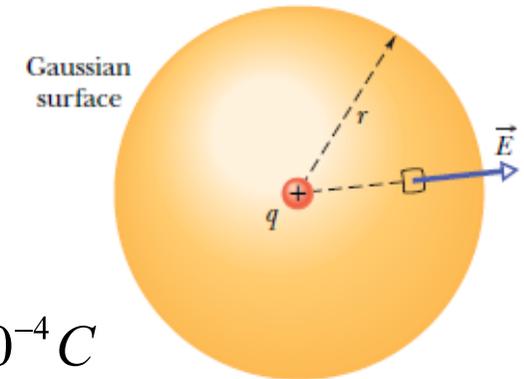
1) Una sfera conduttrice uniformemente carica avente raggio di 2 m ha una densità di carica superficiale di 9.1 mC/m^2 . Si determini: (a) la carica totale della sfera; (b) il flusso elettrico totale uscente dalla sfera; (c) il campo elettrico sulla superficie.

$$r = 2 \text{ m}$$

$$\sigma = 9.1 \text{ mC/m}^2$$

(a) Se s è la densità di carica superficiale, la carica totale sarà data dalla densità superficiale per l'area della superficie:

$$Q_{tot} = \sigma A = \sigma 4\pi r^2 = 9.1 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \cdot 4\pi \cdot 2^2 \text{ m}^2 = 4.6 \times 10^{-4} \text{ C}$$



(b) Il flusso totale è invece dato dalla legge di Gauss:

$$\Phi = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi r^2}{\epsilon_0} = \frac{4.6 \times 10^{-4} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2} = 5.2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}^2$$

(c) Dalla definizione di flusso del campo elettrico, essendo E costante sulla superficie gaussiana:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint d\vec{A} = E(4\pi r^2)$$

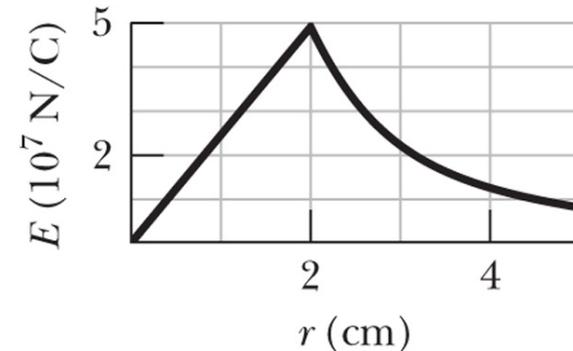
$$\epsilon_0 \Phi_E = Q_{tot} \rightarrow E = \frac{Q_{tot}}{4\pi \epsilon_0 r^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{4.6 \times 10^{-4} \text{ C}}{4 \text{ m}^2} = 1 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

2) Il grafico in figura mostra l'intensità del campo elettrico in funzione della distanza r dal centro di una sfera con una carica positiva uniforme distribuita uniformemente su tutto il suo volume. Quanto vale la carica totale della sfera?

Il campo elettrico di una sfera carica tende a zero avvicinandosi al centro, mentre all'esterno è il campo dell'intera carica concentrata al centro.

Dal grafico si vede che il campo aumenta linearmente fino a $r=2\text{cm}$, cioè la carica totale aumenta.

Ad $r=2\text{cm}$, il campo inizia a diminuire, quindi $r = 2\text{cm}$ è il raggio della sfera.



La carica totale sarà una carica che crea un campo $E=5 \cdot 10^7 \text{N/C}$ a $r=2 \text{ cm}$ di distanza:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{tot}}{r^2} \quad \rightarrow \quad Q_{tot} = 4\pi\epsilon_0 E r^2$$

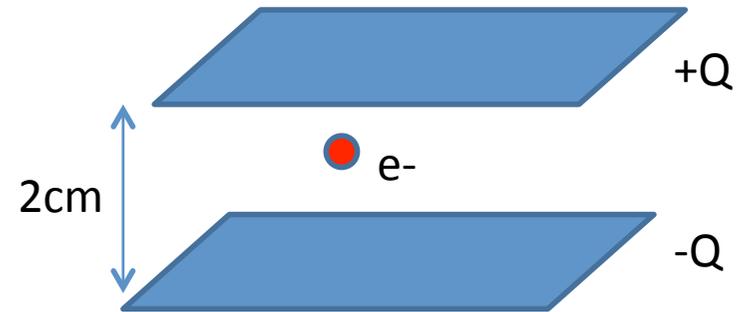
$$Q_{tot} = 4\pi \cdot 8.85 \times 10^{-12} \cdot 5 \times 10^7 \cdot (0.02)^2 = 2.22 \mu\text{C}$$

3) Un elettrone si trova libero tra due ampie e orizzontali lastre metalliche conduttrici distanti tra loro 2 cm. Esse hanno uguali cariche di segno opposto uniformemente distribuite. La forza gravitazionale sull'elettrone bilancia la forza elettrostatica del campo \mathbf{E} agente su di esso. Stabilire (a) la densità di carica superficiale sulle lastre e (b) il verso di \mathbf{E} .

$$F_{el} = -F_g$$

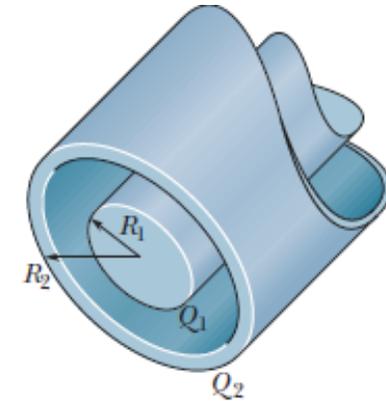
$$-eE = -mg$$

$$E = \frac{mg}{e} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = \frac{\epsilon_0 mg}{e}$$



4) In figura è mostrato un cilindro conduttore, di raggio $R_1 = 1.30$ mm e lunghezza $L = 11.0$ m, circondato da un guscio cilindrico conduttore della stessa lunghezza del cilindro, ma con raggio $R_2 = 10.0R_1$. Sul cilindro è presente una carica $Q_1 = +3.40 \times 10^{-12}$ C, mentre sul guscio una carica $Q_2 = -2.00 Q_1$. Qual è: l'intensità e la direzione del campo elettrico E ad una distanza radiale a) $r = 20.0 R_1$ e b) $r = 5.0 R_1$?

Qual è la carica c) sulla parte interna e d) sulla parte esterna del guscio conduttore?



- Assumiamo che la densità di carica sia uniforme in entrambi i conduttori,
- possiamo applicare la legge di Gauss considerando la simmetria cilindrica,
- il campo elettrico è infatti radiale.

a) $r > R_2$

Il flusso Φ attraverso una superficie cilindrica, coassiale al cilindro, di raggio r è dato da:

$$\Phi_E = E(2\pi rL) \rightarrow \epsilon_0 E(2\pi rL) = Q'$$

Per cui il campo elettrico sulla superficie gaussiana di raggio r :

$$E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 rL}$$

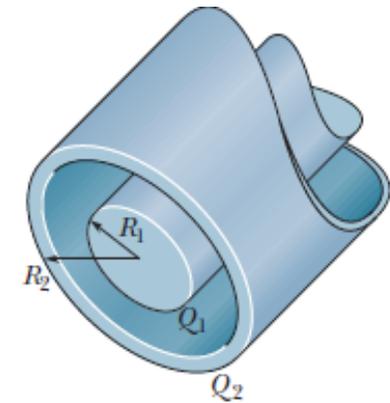
Mentre la carica racchiusa dalla superficie gaussiana:

$$Q' = Q_1 + Q_2 = -Q_1 = -3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$$

$$E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 rL} = \frac{-3.40 \times 10^{-12} \text{ C}}{2\pi \cdot \left(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2\right) (11.0 \text{ m}) (20 \cdot 1.30 \times 10^{-3} \text{ m})} = -0.214 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

All'esterno del guscio conduttore, $r > R_2$, il campo elettrico è radialmente entrante, $E < 0$

4) In figura è mostrato un cilindro conduttore, di raggio $R_1 = 1.30 \text{ mm}$ e lunghezza $L = 11.0 \text{ m}$, circondato da un guscio cilindrico conduttore della stessa lunghezza del cilindro, ma con raggio $R_2 = 10.0 R_1$. Sul cilindro è presente una carica $Q_1 = +3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$, mentre sul guscio una carica $Q_2 = -2.00 Q_1$. Qual è: l'intensità e la direzione del campo elettrico E ad una distanza radiale a) $r = 20.0 R_1$ e b) $r = 5.0 R_1$?



Qual è la carica c) sulla parte interna e d) sulla parte esterna del guscio conduttore?

b) $R_1 < r < R_2$

Il flusso Φ attraverso una superficie cilindrica, coassiale al cilindro, di raggio r è dato da:

$$\Phi_E = E(2\pi rL) \rightarrow \epsilon_0 E(2\pi rL) = Q'$$

Per cui il campo elettrico sulla superficie gaussiana di raggio r :

$$E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 rL}$$

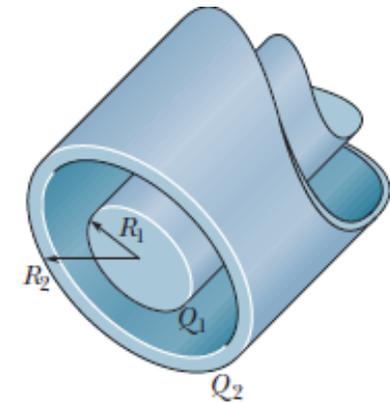
Mentre la carica racchiusa dalla superficie gaussiana:

$$Q' = Q_1 = +3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$$

$$E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 rL} = \frac{3.40 \times 10^{-12} \text{ C}}{2\pi \cdot \left(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2\right) (11.0 \text{ m}) (5 \cdot 1.30 \times 10^{-3} \text{ m})} = 0.855 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Nella regione compresa tra il cilindro e il guscio, il campo elettrico è radialmente uscente, $E > 0$

4) In figura è mostrato un cilindro conduttore, di raggio $R_1 = 1.30 \text{ mm}$ e lunghezza $L = 11.0 \text{ m}$, circondato da un guscio cilindrico conduttore della stessa lunghezza del cilindro, ma con raggio $R_2 = 10.0 R_1$. Sul cilindro è presente una carica $Q_1 = +3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$, mentre sul guscio una carica $Q_2 = -2.00 Q_1$. Qual è: l'intensità e la direzione del campo elettrico E ad una distanza radiale a) $r = 20.0 R_1$ e b) $r = 5.0 R_1$? Qual è la carica c) sulla parte interna e d) sulla parte esterna del guscio conduttore?



c) Q sulla superficie interna del guscio

Consideriamo la superficie gaussiana cilindrica che contiene la superficie stessa del guscio, poiché il guscio non esercita alcuna forza elettrostatica su una particella posta al suo interno, il flusso $\Phi = 0$, pertanto la carica è nulla.

$$\Phi_E = 0 \quad \rightarrow \quad Q_{\text{interna}} = 0$$

Ma il cilindro centrale ha una carica Q_1 , pertanto la carica superficiale sarà:

$$Q_{\text{interna}} = -Q_1 = -3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$$

d) Q sulla superficie esterna del guscio

Poiché il guscio ha carica nota, $Q_2 = -2.00 Q_1$, la carica totale sulla superficie esterna sarà:

$$Q_{\text{esterna}} = Q_2 - Q_{\text{interna}} = -Q_1 = -3.40 \times 10^{-12} \text{ C}$$

5) In figura è mostrata una carica $Q_1 = +5\text{fC}$ distribuita uniformemente su una sfera di raggio $a = 2.0\text{ cm}$, posta nel centro di un guscio conduttore sferico avente raggio interno $b = 2.0a$ e raggio esterno $c = 2.4a$. Sul guscio esterno è presente una carica $Q_2 = -Q_1$. Si determini l'intensità del campo elettrico nei punti: a) $r = 0$; b) $r = a/2$; c) $r = a$; d) $r = 1.5a$; e) $r = 2.3a$; f) $r = 3.5a$. g) Quale carica appare sulle superfici interna ed esterna del guscio?

Consideriamo le superfici gaussiane sferiche, concentriche alla sfera data. Il flusso attraverso queste superfici sarà: $\Phi = 4\pi r^2 E$.

Per una distribuzione di carica sferica, il campo elettrico nei punti con $r < R$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q'}{r^2} \rightarrow Q' = Q_1 \left(\frac{r}{a}\right)^3$$

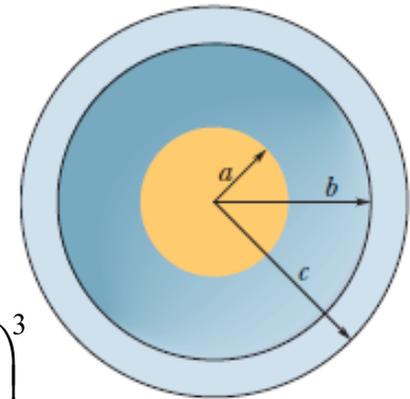
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 r}{a^3}$$

a) $r = 0$.

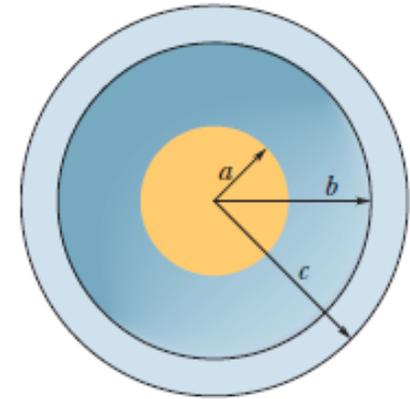
$$E = 0$$

b) $r = a/2$.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \frac{a}{2}}{a^3} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) (5 \times 10^{-15} \text{ C})}{2 (2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 5.62 \times 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



5) In figura è mostrata una carica $Q_1 = +5\text{fC}$ distribuita uniformemente su una sfera di raggio $a = 2.0\text{ cm}$, posta nel centro di un guscio conduttore sferico avente raggio interno $b = 2.0a$ e raggio esterno $c = 2.4a$. Sul guscio esterno è presente una carica $Q_2 = -Q_1$. Si determini l'intensità del campo elettrico nei punti: a) $r = 0$; b) $r = a/2$; c) $r = a$; d) $r = 1.5a$; e) $r = 2.3a$; f) $r = 3.5a$. g) Quale carica appare sulle superfici interna ed esterna del guscio?



c) $r = a.$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(5 \times 10^{-15} \text{ C})}{(2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 0.122 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Nel caso in cui $a < r < b$, la carica racchiusa dalla superficie gaussiana è Q_1

d) $r = 1.5a.$

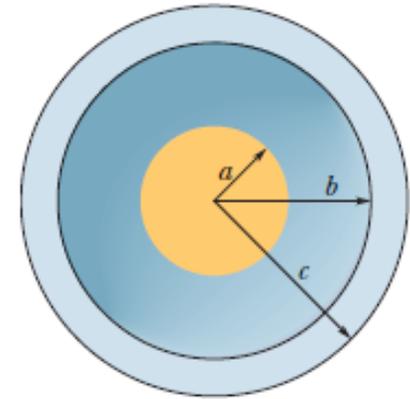
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(5 \times 10^{-15} \text{ C})}{(1.5 \cdot 2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 0.049 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Nel caso in cui $b < r < c$, poiché il guscio è carico, il campo elettrico è nullo

e) $r = 2.3a.$

$$E = 0$$

5) In figura è mostrata una carica $Q_1 = +5\text{fC}$ distribuita uniformemente su una sfera di raggio $a = 2.0\text{ cm}$, posta nel centro di un guscio conduttore sferico avente raggio interno $b = 2.0a$ e raggio esterno $c = 2.4a$. Sul guscio esterno è presente una carica $Q_2 = -Q_1$. Si determini l'intensità del campo elettrico nei punti: a) $r = 0$; b) $r = a/2$; c) $r = a$; d) $r = 1.5a$; e) $r = 2.3a$; f) $r = 3.5a$. g) Quale carica appare sulle superfici interna ed esterna del guscio?



Nel caso in cui $r > c$, la carica racchiusa dalla superficie gaussiana è 0

f) $r = 3.5a$.
 $E = 0$