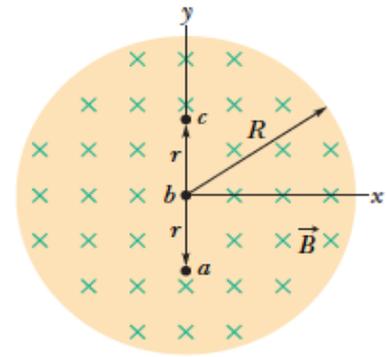


Esercizio 1: In figura è rappresentato un campo magnetico uniforme B confinato in un volume cilindrico di raggio R . L'intensità di B decresce nel tempo con velocità costante di 10.7mT/s . A che accelerazione (modulo, direzione e verso) è sottoposto un elettrone che si trovi nelle posizioni a , b o c ? Si assuma $r=4.82\text{cm}$ e la massa dell'elettrone $m=9.11\times 10^{-31}\text{kg}$.



Il campo elettrico indotto è dato da: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Pertanto:

$$E(2\pi r) = -\frac{d(B \cdot A)}{dt} = -(\pi r^2) \frac{dB}{dt} \quad \rightarrow \quad E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Un elettrone posto in un campo elettrico risente della forza elettrica, e per la legge di Newton abbiamo:

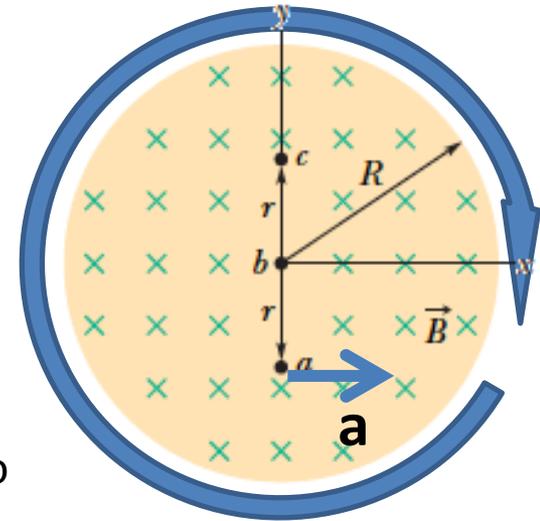
$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_E &= -e\vec{E} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned} \right\} \rightarrow a = \frac{-eE}{m}$$

a) Nel punto a, il campo elettrico sarà:

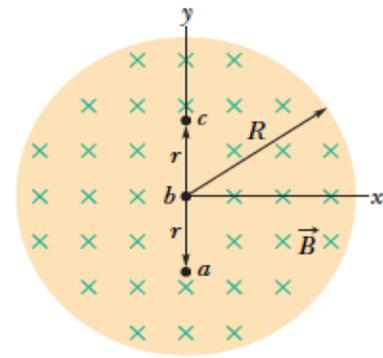
$$E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} = -\frac{4.82 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} \cdot (-10.7 \times 10^{-3} \text{ T/s}) = 2.58 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

Quindi, poiché il campo magnetico decresce, la direzione del campo elettrico è circolare in verso orario, pertanto, nel punto a punta verso sinistra così che:

$$E = -\left(2.58 \times 10^{-4} \text{ V/m}\right) \hat{i} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{-eE}{m} = \left(4.5 \times 10^7 \text{ m/s}^2\right) \hat{i}$$



Esercizio 1: In figura è rappresentato un campo magnetico uniforme B confinato in un volume cilindrico di raggio R . L'intensità di B decresce nel tempo con velocità costante di 10.7mT/s . A che accelerazione (modulo, direzione e verso) è sottoposto un elettrone che si trovi nelle posizioni a , b o c ? Si assuma $r=4.82\text{cm}$ e la massa dell'elettrone $m=9.11\times 10^{-31}\text{kg}$.



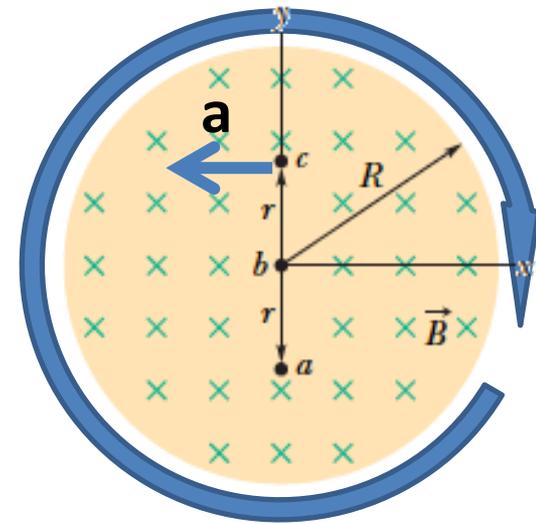
b) Nel punto b, il campo elettrico, e quindi l'accelerazione sarà nulla in quanto $r=0$;

b) Nel punto c, si ha che il campo elettrico avrà lo stesso modulo,

$$E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} = -\frac{4.82 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} \cdot (-10.7 \times 10^{-3} \text{ T/s}) = 2.58 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

ma punterà verso destra così che:

$$E = (2.58 \times 10^{-4} \text{ V/m}) \hat{i} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{-eE}{m} = -(4.5 \times 10^7 \text{ m/s}^2) \hat{i}$$



Esercizio 2: Una bobina quadrata di 4.7 cm di lato, è formata da 175 spire e ha una resistenza di 3.2Ω . Un campo magnetico uniforme viene applicato alla bobina in direzione perpendicolare al piano della stessa. Se il campo varia in maniera lineare da 0 a 785mT in 0.8 s, a) calcolare la forza elettromotrice indotta nella bobina durante la variazione del campo magnetico. b) Qual è l'intensità di corrente indotta nella bobina durante la variazione del campo magnetico?

a) La forza elettromotrice indotta è data da:

$$|\mathcal{E}| = \frac{N\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{N\Delta(B \cdot A)}{\Delta t} = \frac{N \cdot A \cdot \Delta B}{\Delta t}$$

Da cui, sostituendo:

$$|\mathcal{E}| = \frac{175 \cdot (4.7 \times 10^{-2} m)^2 \cdot 0.785 T}{0.8 s} = 0.38 V$$

a) L'intensità di corrente si può calcolare dalla legge di Ohm:

$$I_{ind} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.38 V}{3.2 \Omega} = 0.12 A$$

Esercizio 3: Una sbarretta metallica, di massa $m=1.7\text{kg}$ scivola senza attrito su due guide parallele e conduttrici, poste alla distanza $L=0.87\text{m}$ l'una dall'altra. Esse sono collegate ad un'estremità con una resistenza $R=8.4\Omega$. Un campo magnetico uniforme $B=56\text{mT}$ è applicato perpendicolarmente al piano della figura con verso uscente. All'istante $t=0$ la sbarretta viene lanciata con una velocità di $v_0=7.5\text{m/s}$ verso destra. Determinare: a) l'andamento della velocità in funzione del tempo; b) l'andamento della corrente che circola nel circuito in funzione del tempo; c) l'energia dissipata per effetto Joule; d) l'energia cinetica iniziale della barretta.

a) andamento della velocità in funzione del tempo:

La sbarretta muovendosi in una zona in cui è presente un campo magnetico, genera una forza elettromotrice pari a :

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \cdot \frac{dA}{dt}$$

dove

$$A = L \cdot x$$

Pertanto:

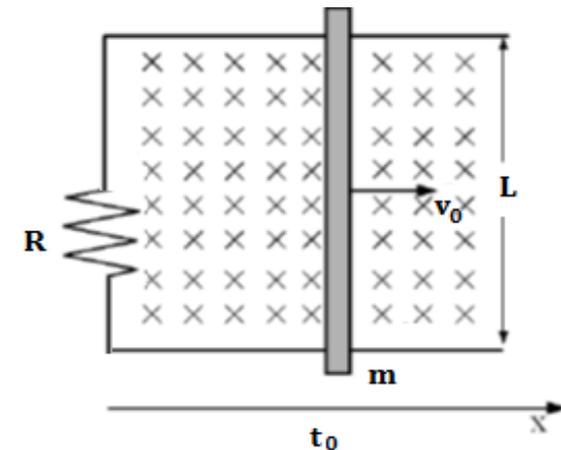
$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \cdot L \frac{dx}{dt} = -B \cdot L \cdot v$$

Tale fem provoca una corrente I il cui verso è tale da opporsi alla causa che l'ha generata. La forza è data da:

$$\vec{F}_B = -I \cdot \vec{l} \times \vec{B} = m \cdot \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Il verso della corrente sarà antiorario, con modulo:

$$i_{\text{ind}} = \frac{|\text{fem}|}{R} = \frac{BLv}{R} \rightarrow m \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{BLv}{R}\right) \cdot (LB) \rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{B^2 L^2 v}{mR}\right) \rightarrow v = v_0 e^{-\left(\frac{B^2 L^2}{mR}\right)t}$$



Esercizio 3: Una sbarretta metallica, di massa $m=1.7\text{kg}$ scivola senza attrito su due guide parallele e conduttrici, poste alla distanza $L=0.87\text{m}$ l'una dall'altra. Esse sono collegate ad un'estremità con una resistenza $R=8.4\Omega$. Un campo magnetico uniforme $B=56\text{mT}$ è applicato perpendicolarmente al piano della figura con verso uscente. All'istante $t=0$ la sbarretta viene lanciata con una velocità di $v_0=7.5\text{m/s}$ verso destra. Determinare: a) l'andamento della velocità in funzione del tempo; b) l'andamento della corrente che circola nel circuito in funzione del tempo; c) l'energia dissipata per effetto Joule; d) l'energia cinetica iniziale della barretta.

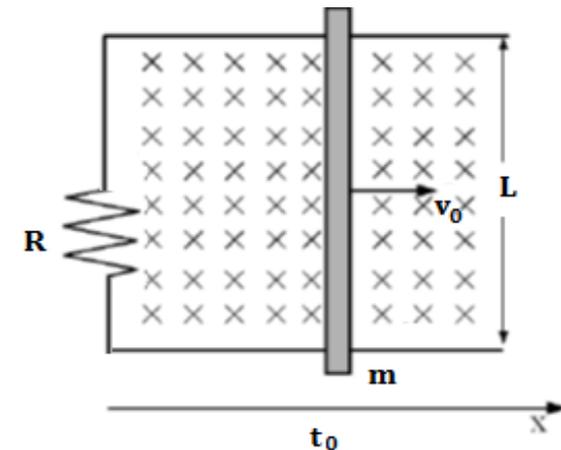
b) andamento della corrente in funzione del tempo

Anche la corrente seguirà la stessa legge:

$$I = I_0 e^{-\left(\frac{B^2 L^2}{mR}\right)t}$$

Con I_0

$$I_0 = \frac{BLv_0}{R}$$



c) energia dissipata per effetto Joule:

$$E_{dissip} = \int RI^2 dt = \int \left(\frac{BLv_0}{R} e^{-\left(\frac{B^2 L^2}{mR}\right)t} \right)^2 R dt = \int \frac{B^2 L^2 v_0^2}{R} e^{-\left(2\frac{B^2 L^2}{mR}\right)t} dt = \frac{1}{2} mv_0^2$$

d) energia cinetica iniziale:

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} mv_0^2 = E_{dissip}$$

Esercizio 4: Una spira conduttrice di raggio $r=6.5\text{cm}$ e resistenza $R=4\text{m}\Omega$, è posta all'interno di un solenoide di lunghezza $l=2.4\text{m}$ costituito da $N=1500$ spire. La corrente all'interno del solenoide varia nel tempo secondo la legge $I=3247t$. Determinare: a) la potenza dissipata nella spira e b) il campo magnetico al suo interno dopo un tempo $t= 3\text{ms}$.

a) la potenza dissipata nella spira

$$P = I_{sp}^2 R_{sp}$$

dove:

$$I_{sp} = \frac{|\text{fem}|}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left. \frac{d\Phi_B}{dt} \right|_{sol}$$

Il flusso del campo magnetico del solenoide concatenato alla spira è:

$$\Phi_B|_{sol} = B \cdot A = (\mu_0 n I) \cdot (\pi r^2)$$

$$\Phi_B|_{sol} = \mu_0 \frac{N}{L} I \cdot (\pi r^2)$$

$$\text{fem} = -\mu_0 \frac{1500}{2.4} 3247 \cdot \pi (6.5 \times 10^{-2})^2 = 3.4 \times 10^{-2} \text{V}$$

$$I_{sp} = \frac{3.4 \times 10^{-2} \text{V}}{4 \times 10^{-3} \Omega} = 8.5 \text{A}$$

$$P = 0.3 \text{W}$$

Esercizio 4: Una spira conduttrice di raggio $r=6.5\text{cm}$ e resistenza $R=4\text{m}\Omega$, è posta all'interno di un solenoide di lunghezza $l=2.4\text{m}$ costituito da $N=1500$ spire. La corrente all'interno del solenoide varia nel tempo secondo la legge $I=3247t$. Determinare: a) la potenza dissipata nella spira e b) il campo magnetico al suo interno dopo un tempo $t= 3\text{ms}$.

b) campo magnetico

$$B_{sp} = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0^2 \frac{N}{L} 3247 \cdot \pi r}{2R}$$

$$B_{tot} = B_{sp} + B_{sol} = \mu_0 \frac{N}{L} 3247 \left(t - \frac{\mu_0 \pi r}{2R} \right)$$