

**Esercizio 1.** Agli estremi di un segmento lungo  $l=1,0\text{m}$  sono fissate due cariche puntiformi positive  $Q_1=9,96\cdot 10^{-6}\text{C}$  e  $Q_2=1,90\cdot 10^{-6}\text{C}$ .

a) Se sistemiamo nel centro del segmento una carica negativa  $Q_3 = -6,28\cdot 10^{-6}\text{C}$ , a quale forza elettrica essa è soggetta?

b) Dove dovrebbe essere posta  $Q$ , affinché rimanga in equilibrio?

$$l=1,0\text{m}$$

$$Q_1=9,96\cdot 10^{-6}\text{C}$$

$$Q_2=1,90\cdot 10^{-6}\text{C}$$

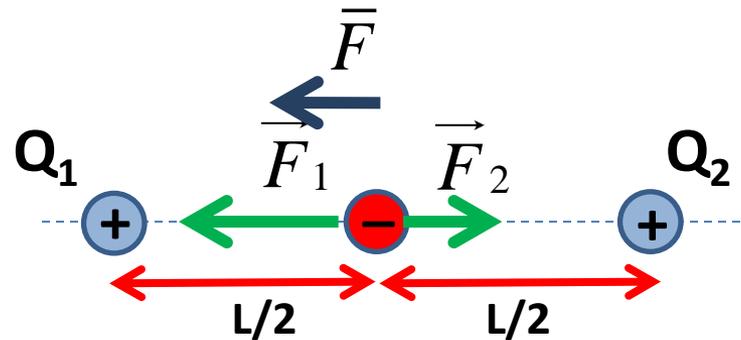
$$Q=6,28\cdot 10^{-6}\text{C}$$

**a) Q sul centro del segmento**

Applichiamo la legge di Coulomb

La forza elettrica risultante su  $Q$  è  $F = F_1 + F_2$

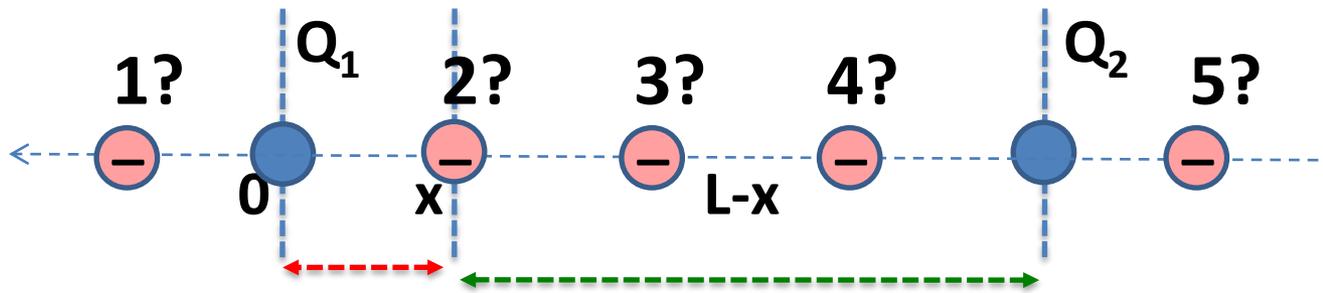
$F_1$  ed  $F_2$  hanno la stessa direzione e verso opposto.



$$F = -F_1 + F_2 = -k \frac{Q_1 \cdot Q}{(L/2)^2} + k \frac{Q_2 \cdot Q}{(L/2)^2} = \frac{k \cdot Q}{(L/2)^2} \cdot (-Q_1 + Q_2)$$

$$F = \frac{9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot 6.28 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0.5\text{m})^2} \cdot (-9.96 \times 10^{-6} + 1.90 \times 10^{-6}) \text{ C} \Rightarrow F = -1.8\text{N}$$

con direzione la congiungente  $Q_1Q_2$  e verso  $Q_1$ , in quanto  $F$  è negativo.



## b) Q in equilibrio

Per essere in equilibrio occorre che  $F_1 + F_2 = 0$ , quindi abbiano la stessa direzione e intensità, ma verso opposto.

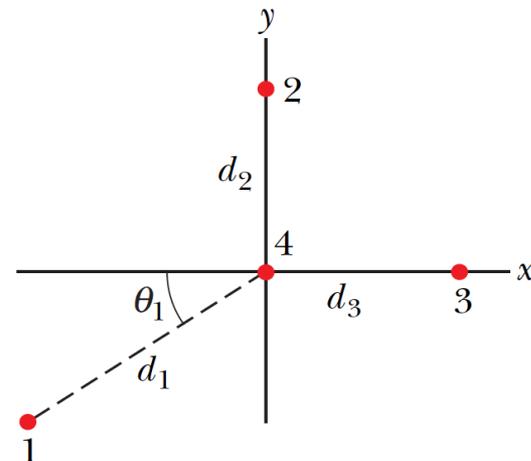
$$F = F_1 + F_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -k \frac{Q_1 \cdot Q}{(x)^2} + k \frac{Q_2 \cdot Q}{(L-x)^2} = 0$$

$$\frac{(L-x)^2}{(x)^2} = \frac{Q_2}{Q_1} \quad \rightarrow \quad \frac{(L-x)}{(x)} = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}$$

$$\rightarrow x = \frac{L}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} \approx 0.7m$$

**Esercizio 2.** Calcolare la forza risultante (modulo, direzione e verso) sulla carica  $Q_4$  dovuta alle cariche  $Q_1$  e  $Q_2$  e  $Q_3$  disposte come in figura. I dati sono riportati di seguito:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -3.2 \times 10^{-19} \text{C} & \theta_1 &= 35^\circ \\ Q_2 &= +3.2 \times 10^{-19} \text{C} & d_1 &= 3 \text{cm} \\ Q_3 &= +6.4 \times 10^{-19} \text{C} & d_2 &= d_3 = 2 \text{cm} \\ Q_4 &= +3.2 \times 10^{-19} \text{C} \end{aligned}$$



Applicando il principio di sovrapposizione:

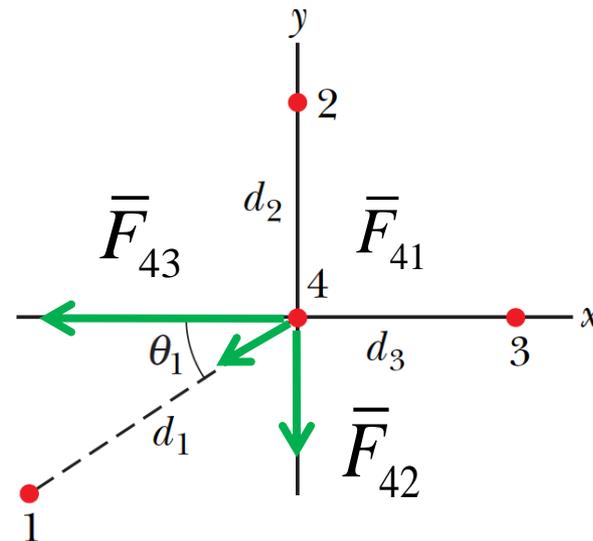
$$\vec{F} = \vec{F}_{4,1} + \vec{F}_{4,2} + \vec{F}_{4,3}$$

**Moduli:**

$$F_{4,1} = k \frac{q_1 \cdot q_4}{d^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(3.2 \times 10^{-19})^2 \text{C}^2}{(0.03 \text{m})^2} = 1 \times 10^{-24} \text{N}$$

$$F_{4,2} = k \frac{q_2 \cdot q_4}{d^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(3.2 \times 10^{-19})^2 \text{C}^2}{(0.02 \text{m})^2} = 2.3 \times 10^{-24} \text{N}$$

$$F_{4,3} = k \frac{q_3 \cdot q_4}{d^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{6.4 \times 10^{-19} \text{C} \cdot 3.2 \times 10^{-19} \text{C}}{(0.02 \text{m})^2} = 4.6 \times 10^{-24} \text{N}$$



### Componenti:

$$F_x = -F_{4,1} \cos 35^\circ - F_{4,3} = (-1 \times 10^{-24} \cdot 0.82 - 4.6 \times 10^{-24}) N = -5.42 \times 10^{-24} N$$

$$F_y = -F_{4,1} \sin 35^\circ - F_{4,2} = (-1 \times 10^{-24} \cdot 0.57 - 2.3 \times 10^{-24}) N = -2.87 \times 10^{-24} N$$

### Modulo:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-5.42 \times 10^{-24})^2 + (-2.87 \times 10^{-24})^2} N = 6.13 \times 10^{-24} N$$

**Esercizio 3.** Calcolare a) la forza risultante (modulo, direzione e verso) sulla carica  $Q_3$  dovuta alle cariche  $Q_1$  e  $Q_2$  disposte come in figura. b) il campo elettrico nel punto A(0,m) e nel punto B(l/2,m) dovuto alle cariche  $Q_1$  e  $Q_2$ .

I dati sono riportati di seguito:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -86\mu\text{C}, & l &= 52\text{cm}, \\ Q_2 &= +50\mu\text{C}, & m &= 30\text{cm}, \\ Q_3 &= +65\mu\text{C}, & n &= 60\text{cm} \end{aligned}$$

Disegniamo le direzioni delle forze.  $Q_1$  esercita una forza attrattiva e  $Q_2$  una forza repulsiva su  $Q_3$ .  
Calcoliamo i moduli di tali forze:

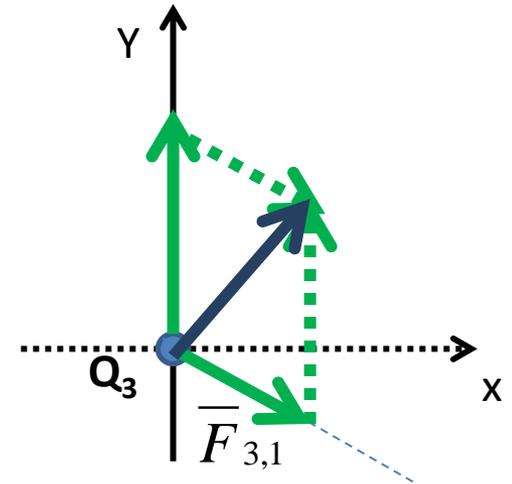
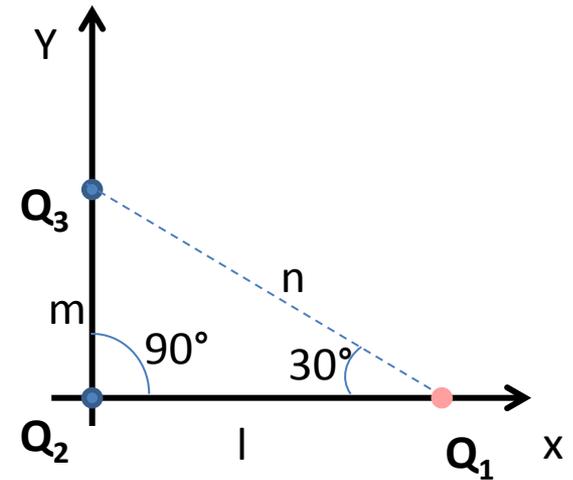
$$F_{3,1} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{6.5 \times 10^{-5} \text{ C}^2 \cdot 8.6 \times 10^{-5} \text{ C}^2}{(0.60\text{m})^2} = 140\text{N}$$

$$F_{3,2} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{6.5 \times 10^{-5} \text{ C}^2 \cdot 5.0 \times 10^{-5} \text{ C}^2}{(0.60\text{m})^2} = 330\text{N}$$

Le componenti del vettore somma risultante saranno:

$$\vec{F} \Rightarrow \begin{cases} F_x = F_{3,1x} + F_{3,2x} = F_{3,1} \cos 30^\circ + 0 = 120\text{N} \\ F_y = F_{3,1y} + F_{3,2y} = -F_{3,1} \sin 30^\circ + F_{3,2} = -70\text{N} + 330\text{N} = 260\text{N} \end{cases}$$

Da cui si ricava il modulo: 
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(120\text{N})^2 + (260\text{N})^2} = 290\text{N}$$



**Esercizio 3.** Calcolare a) la forza risultante (modulo, direzione e verso) sulla carica  $Q_3$  dovuta alle cariche  $Q_1$  e  $Q_2$  disposte come in figura. b) il campo elettrico nel punto A(0,m) e nel punto B(l/2,m) dovuto alle cariche  $Q_1$  e  $Q_2$ .

I dati sono riportati di seguito:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -86 \mu\text{C}, & l &= 52 \text{cm}, \\ Q_2 &= +50 \mu\text{C}, & m &= 30 \text{cm}, \\ Q_3 &= +65 \mu\text{C}, & n &= 60 \text{cm} \end{aligned}$$

### b) Campo elettrico nel punto A

Disegniamo le direzioni del campo generato dalle cariche sul punto A.

Calcoliamo i moduli di tali forze:

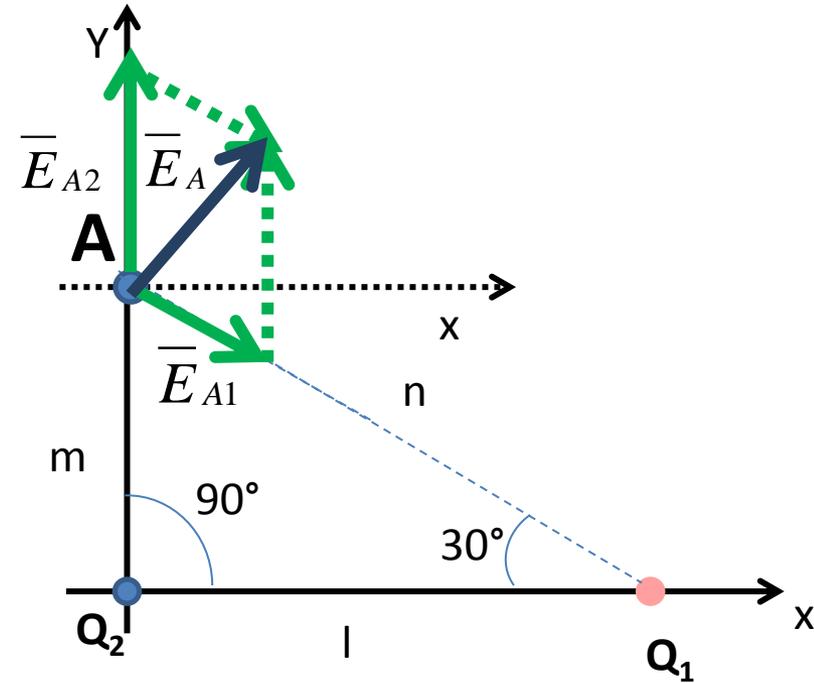
$$E_{A1} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{8.6 \times 10^{-5} \text{ C}}{(0.60 \text{ m})^2} = 2.15 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$E_{A2} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{5.0 \times 10^{-5} \text{ C}}{(0.30 \text{ m})^2} = 5.0 \times 10^6 \text{ N/C}$$

Le componenti del vettore somma risultante saranno:

$$\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} E_{Ax} = E_{A1x} + E_{A2x} = E_{A1} \cos 30^\circ + 0 = 1.9 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_{Ay} = E_{A1y} + E_{A2y} = -E_{A1} \sin 30^\circ + E_{A2} = 3.9 \times 10^6 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$\text{Da cui si ricava il modulo: } E_A = \sqrt{(1.9 \times 10^6 \text{ N/C})^2 + (3.9 \times 10^6 \text{ N/C})^2} = 4.3 \times 10^6 \text{ N/C}$$



$$\begin{aligned}
 Q_1 &= -86 \mu\text{C}, & l &= 52 \text{cm}, \\
 Q_2 &= +50 \mu\text{C}, & m &= 30 \text{cm}, \\
 Q_3 &= +65 \mu\text{C}, & n &= 60 \text{cm}
 \end{aligned}$$

### c) Campo elettrico nel punto B

Disegniamo le direzioni del campo generato dalle cariche sul punto B.

Calcoliamo i moduli di tali campi:

$$|E_{B1}| = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{8.6 \times 10^{-5} \text{ C}}{(0.39 \text{ m})^2} = 5.1 \times 10^6 \text{ N/C}$$

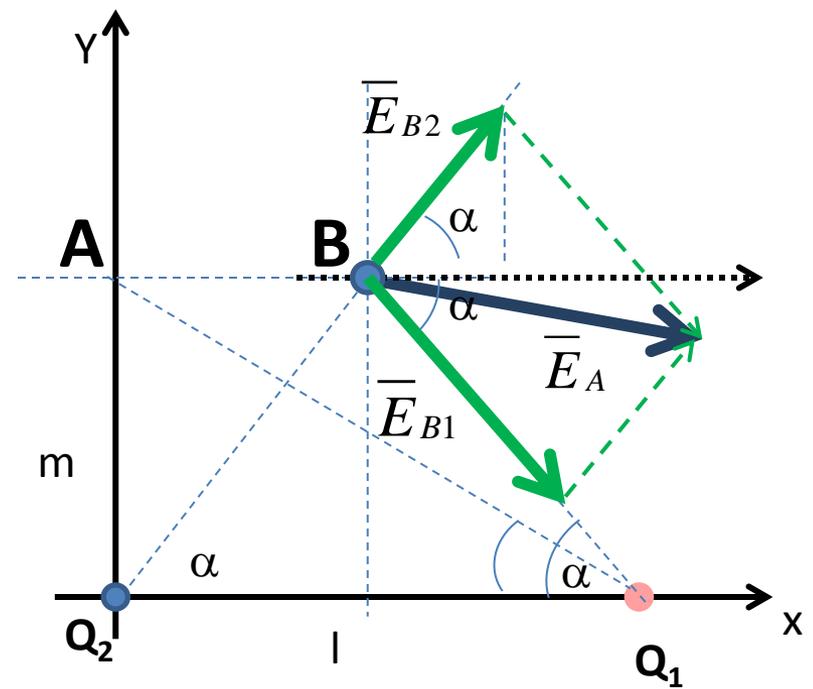
$$|E_{B2}| = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{5.0 \times 10^{-5} \text{ C}}{(0.39 \text{ m})^2} = 2.9 \times 10^6 \text{ N/C}$$

Le componenti saranno:

$$\bar{E} \Rightarrow \begin{cases} E_{Bx} = E_{B1x} + E_{B2x} = E_{B1} \cos \alpha + E_{B2} \cos \alpha \\ E_{By} = E_{B1y} + E_{B2y} = -E_{B1} \sin \alpha + E_{B2} \sin \alpha \end{cases}$$

$$\bar{E} \Rightarrow \begin{cases} E_{Bx} = 5.2 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_{By} = -1.7 \times 10^6 \text{ N/C} \end{cases}$$

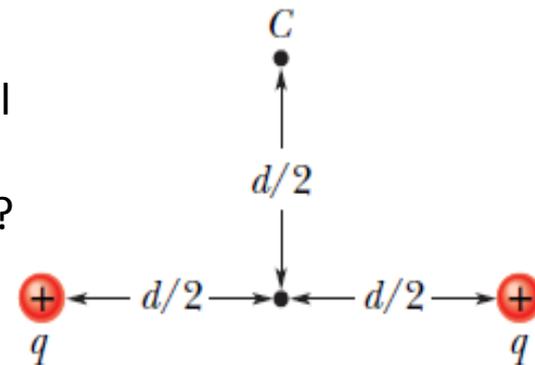
$$E = \sqrt{E_{Bx}^2 + E_{By}^2} = 5.5 \times 10^6 \text{ N/C}$$



$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{m}{l/2} \right) \approx 49$$

**Esercizio 4:** Due cariche  $Q = 2.0\mu\text{C}$  sono fisse nello spazio ad una distanza  $d = 2.0\text{cm}$  l'una dall'altra.

- Qual è la forza risultante su una carica negativa  $Q' = 4.0\mu\text{C}$  posta nel punto C?
- Qual è il campo elettrico generato dalle due cariche  $q$  nel punto C?
- Qual è il potenziale elettrico nel punto C?
- Una carica  $Q'' = 2.0\mu\text{C}$  viene portata lentamente dall'infinito in C. Quanto lavoro è necessario?
- Qual è l'energia potenziale  $U$  della configurazione quando la carica  $Q''$  è al suo posto?



**a) Qual è la forza risultante su una carica negativa  $Q' = 4.0\mu\text{C}$  posta punto C?**

$$F_{3,1} = k \frac{2.0 \times 10^{-6} \cdot 4.0 \times 10^{-6} \text{C}^2}{(1.41 \times 10^{-2} \text{m})^2} = 360 \text{N}$$

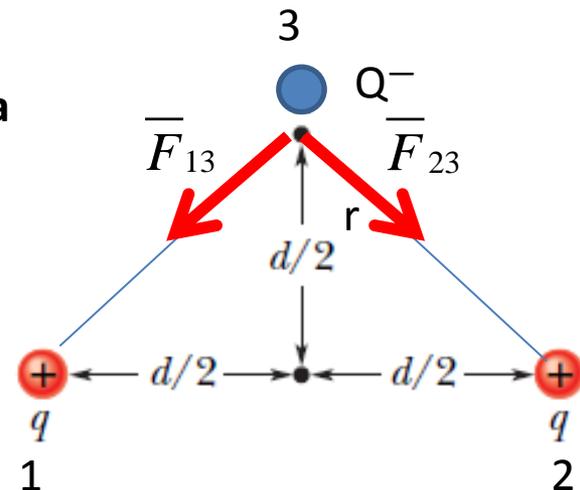
$$F_{3,2} = F_{3,1}$$

Le componenti sono:

$$\vec{F} \Rightarrow \begin{cases} F_x = F_{3,1x} + F_{3,2x} = -F_{3,1} \cos 45^\circ + F_{3,2} \cos 45^\circ = 0 \text{N} \\ F_y = F_{3,1y} + F_{3,2y} = -F_{3,1} \sin 45^\circ + -F_{3,2} \sin 45^\circ = -508 \text{N} \end{cases}$$

Da cui il modulo:

$$|F| = 508 \text{N}$$

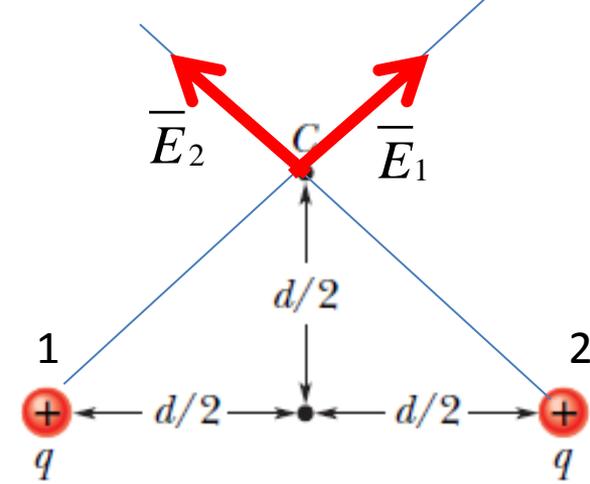


b) Qual è il campo elettrico generato dalle due cariche  $q$  nel punto C?

$$E_1 = k \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C}}{(1.41 \times 10^{-2} \text{ m})^2} = 8.99 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_2 = E_1$$

$$\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 \cos 45^\circ - E_2 \cos 45^\circ = 0 \text{ N/C} \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin 45^\circ + E_2 \sin 45^\circ = 1.27 \times 10^8 \text{ N/C} \end{cases}$$



c) Qual è il potenziale elettrico nel punto C?

$$V_C = V_1 + V_2 = 2 \left[ k \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C}}{(1.41 \times 10^{-2} \text{ m})} \right] = 2.55 \times 10^6 \text{ V}$$

d) Una carica  $Q'' = 2.0 \mu\text{C}$  viene portata lentamente dall'infinito in C. Quanto lavoro è necessario?

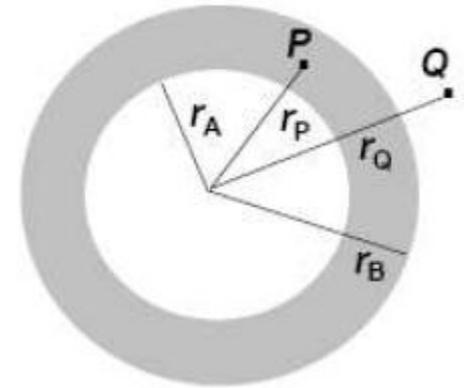
$$L = q \cdot V_C = 5.08 \text{ J}$$

e) Qual è l'energia potenziale  $U$  della configurazione quando la carica  $Q''$  è al suo posto?

$$U = U_{12} + U_{14} + U_{24} = k (2 \times 10^{-6} \text{ C})^2 \left[ \frac{1}{d} + \frac{2}{r} \right] = 6.88 \text{ J}$$

Esercizio 5: E' dato un guscio sferico di raggio interno  $r_A = 4.0\text{cm}$  e raggio esterno  $r_B = 8.0\text{cm}$ , uniformemente carico con densità di carica  $\rho = 2 \times 10^{-6}\text{C/m}^3$ . Determinare:

- a) l'intensità del campo elettrostatico  $E_P$  nel punto P la cui distanza dal centro del guscio è  $r_P = 5.5\text{cm}$ ;  
 b) l'intensità del campo elettrostatico  $E_Q$  nel punto Q la cui distanza dal centro del guscio è  $r_Q = 8.5\text{cm}$ .



1. La carica sentita dal punto P è:

$$Q_P = \frac{4\pi}{3} \rho (r_P^3 - r_A^3) \quad Q_P = 8.577 \times 10^{-10} \text{ C}$$

pertanto il campo elettrico è:

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_P}{r_P^2} \quad E_P = 2.548 \times 10^3 \frac{\text{m}\cdot\text{kg}}{\text{A}\cdot\text{s}^3}$$

2. La carica sentita dal punto Q è:

$$Q = \frac{4\pi}{3} \rho (r_B^3 - r_A^3) \quad Q_Q = 3.753 \times 10^{-9} \text{ C}$$

pertanto il campo elettrico è:

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_Q^2} \quad E_Q = 4.669 \times 10^3 \frac{\text{m}\cdot\text{kg}}{\text{A}\cdot\text{s}^3}$$