

Onde elettromagnetiche (e dintorni)

Dr. Francesco Quochi, Ph.D.

Professore a Contratto di Fisica Generale
Facoltà di Ingegneria

Università degli Studi di Cagliari

indirizzo: Dipartimento di Fisica
Complesso Universitario di Monserrato
S.P. Monserrato-Sestu, Km. 0,7
I-09042 Monserrato (CA)
tel: 070 675-4843
email: francesco.quochi@dsf.unica.it

Equazioni di Maxwell e onde elettromagnetiche

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{campo elettrico (V/m)} \\ \text{campo magnetico (T)} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{sorgenti dei campi:} \\ \text{densità di carica (C/m}^3\text{)} \\ \text{densità di corrente (A/m}^2\text{)} \end{array}$$

Forza di Lorentz (definizione dei campi \mathbf{E} e \mathbf{B})

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Soluzioni delle equazioni di Maxwell nel vuoto ($\rho=0$, $\mathbf{J}=0$)

→ **Onde elettromagnetiche**

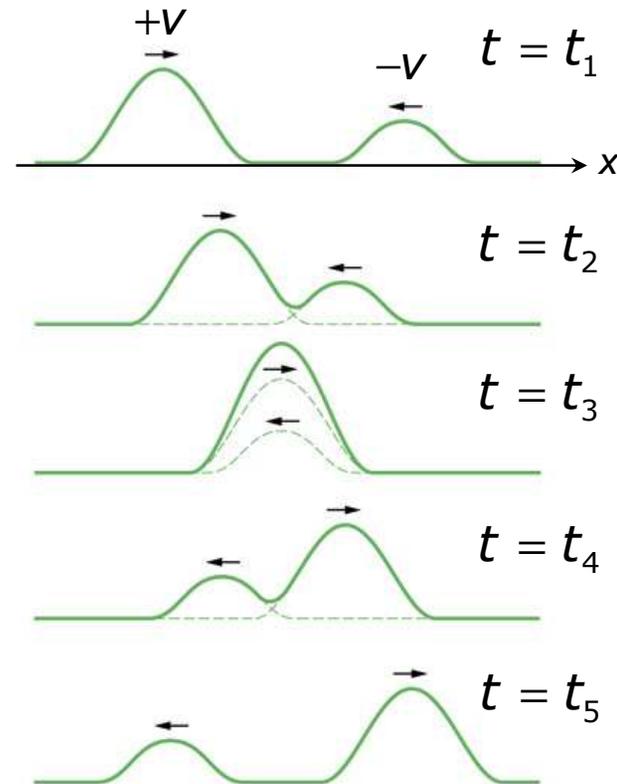
Onde

Le onde sono disturbi elastici che si propagano nello spazio con una data velocità

$$f(x, t) = g(x - vt) + h(x + vt)$$

$g(x - vt)$ onda progressiva

$h(x + vt)$ onda regressiva



Onde piane armoniche (1/2)

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \sin(kx - \omega t)$$

E_0, B_0 ampiezze d'onda (V/m, T)

$\phi = kx - \omega t$ fase dell'onda (rad)

k numero d'onda angolare (rad/m)

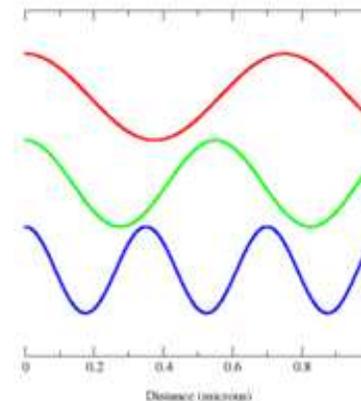
ω frequenza angolare (rad/s)

$K = k / 2\pi$ numero d'onda (cicli/m)

$\nu = \omega / 2\pi$ frequenza (cicli/s = Hz)

$\lambda = 1 / K$ lunghezza d'onda d'onda (m)

$T = 1 / \nu$ periodo (s)



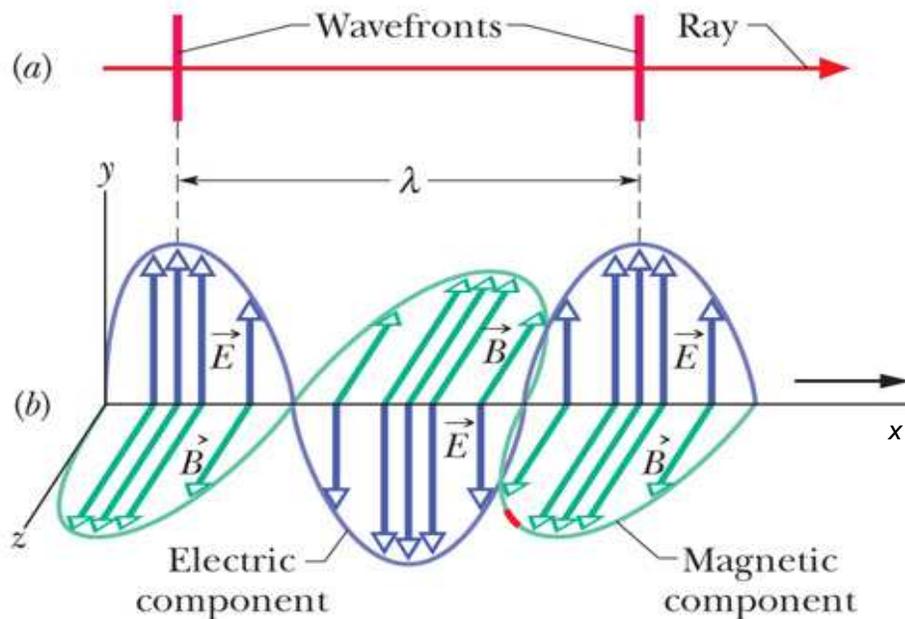
Onde armoniche con diversi valori di lunghezza d'onda e frequenza

$$v = \lambda \nu = \omega / k \quad \text{velocità dell'onda (m/s)}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \text{velocità della luce nel vuoto}$$

Onde piane armoniche (2/2)

- I campi sono perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda (x)
- Il campo elettrico è sempre normale al campo magnetico
- I campi sono *in fase*



$$\vec{E} \times \vec{B} // \hat{x}$$

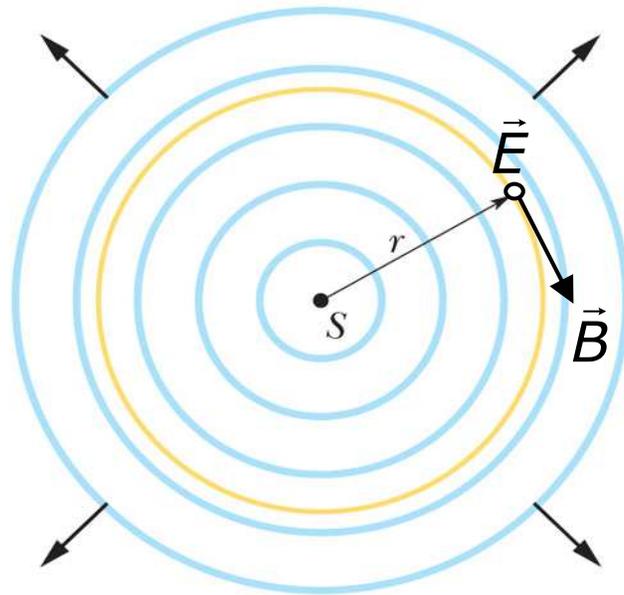
$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$$B = \frac{E}{c}$$

Onde sferiche armoniche

$$\vec{E}(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \sin(kr - \omega t)$$

$$\vec{B}(r, t) = \frac{\vec{B}_0}{r} \sin(kr - \omega t)$$



$$\vec{E} \times \vec{B} // \hat{r}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$$B = \frac{E}{c}$$

Trasporto di energia e quantità di moto

$$u = u_e + u_m = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

densità di energia del campo
elettromagnetico (J/m³)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

vettore di Poynting

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

potenza dell'onda attraverso una superficie data (W)

$$I = \frac{P}{\Sigma} = |\vec{S}|$$

intensità dell'onda (W/m²)
(intensità solare al suolo $\approx 1 \text{ kW/m}^2 = 1000 \text{ W/m}^2$)

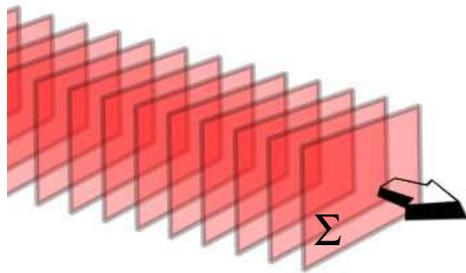
$$p = \frac{F}{\Sigma} = \frac{I}{c}$$

pressione di radiazione elettromagnetica (N/m² = Pa)
con assorbimento totale

$$p = \frac{2I}{c}$$

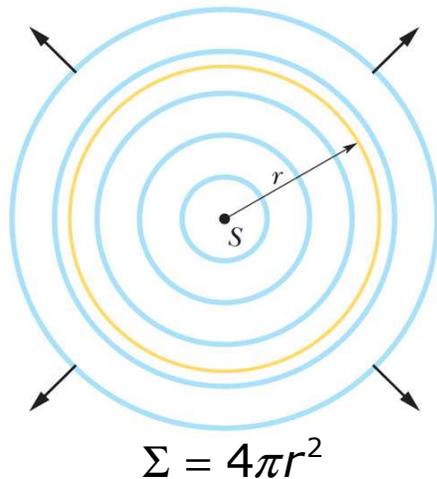
pressione di radiazione elettromagnetica
con riflessione totale

Intensità di radiazione



Onda piana

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \text{ (W/m}^2\text{)}$$



Onda sferica

$$I(r) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \frac{E_0^2}{r^2} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

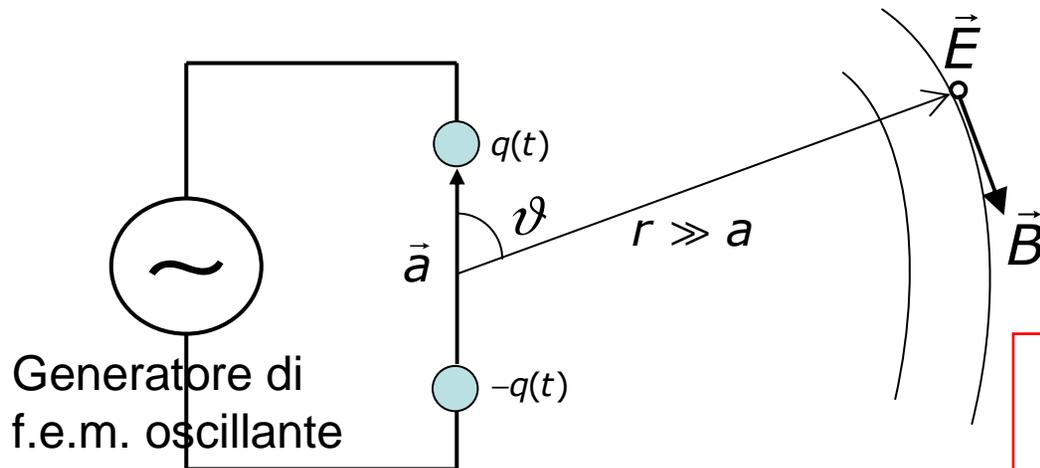
$$P = I(r) \cdot 4\pi r^2 \text{ potenza totale emessa (W)}$$

Generazione di onde elettromagnetiche: dipolo oscillante

Elettroni che subiscono un'accelerazione irradiano energia sotto forma di onde elettromagnetiche

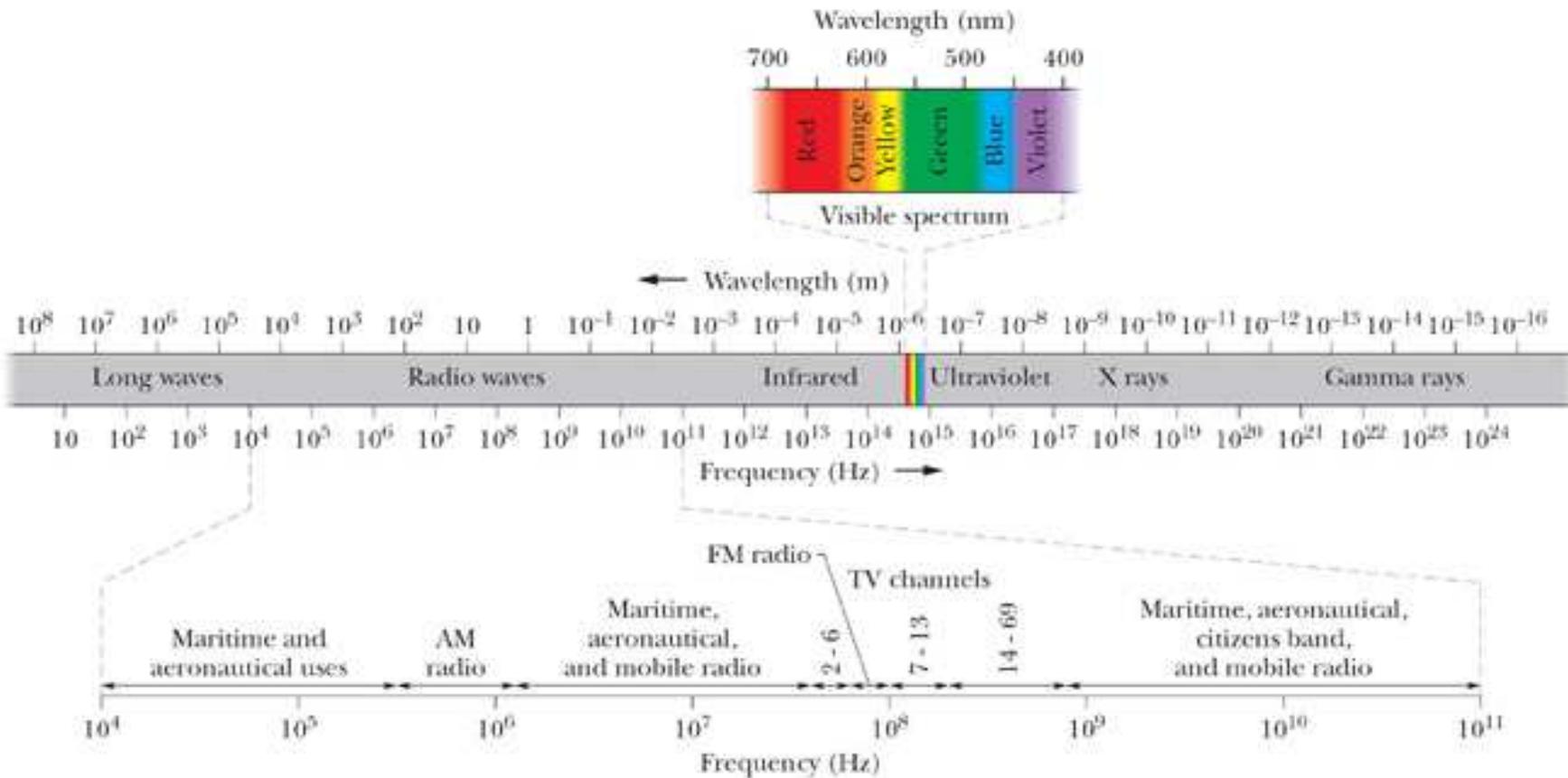
$$q(t) = q_0 \sin(\omega t) \quad \text{carica oscillante (C)}$$

$$\vec{p}(t) = q(t)\vec{a} = q_0\vec{a} \sin(\omega t) = \vec{p}_0 \sin(\omega t) \quad \text{dipolo elettrico oscillante (Cm)}$$



$$E(r, t) \propto \frac{\omega^2 p_0 \sin \vartheta}{r} \sin(kr - \omega t)$$
$$I(r, \vartheta) \propto \frac{\omega^4 p_0^2}{r^2} \sin^2 \vartheta$$

Spettro elettromagnetico



$$1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$$

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$

$$1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$$

$$1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$$

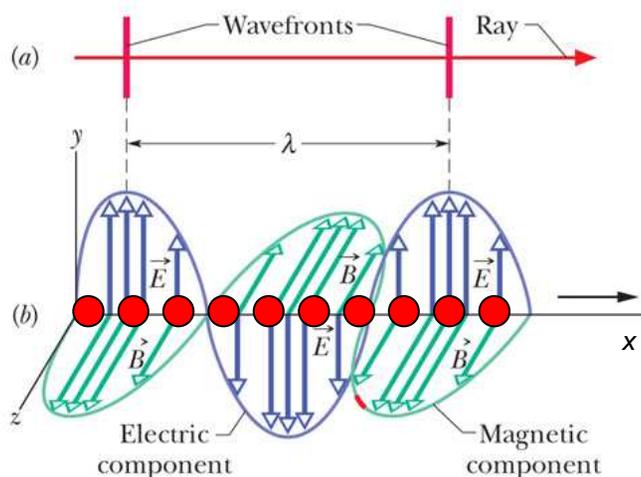
$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}$$

$$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$$

Natura corpuscolare della radiazione elettromagnetica: fotoni

Il fotone è il quanto elementare di energia del campo elettromagnetico; alle onde elettromagnetiche è associato un flusso di fotoni che trasportano energia e quantità di moto



$$E = h\nu \quad \text{energia del fotone}$$

$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \hat{x} \quad \text{quantità di moto del fotone}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{costante di Planck}$$

$$P = h\nu \cdot \mathfrak{N}$$

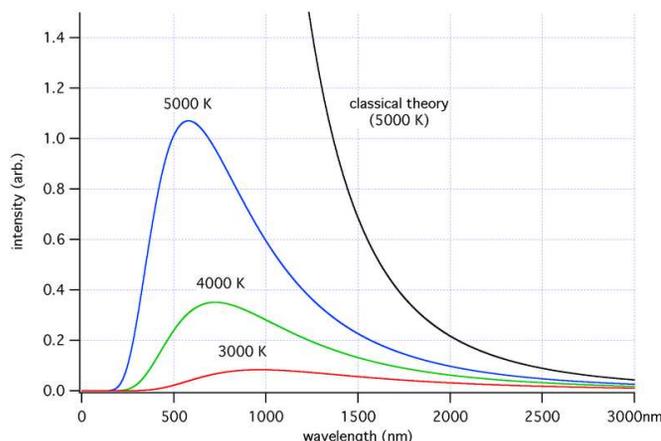
\mathfrak{N} = tasso di incidenza dei fotoni (fotoni/s)

$$I = h\nu \cdot \Phi$$

$\Phi = \frac{\mathfrak{N}}{\Sigma}$ flusso incidente (fotoni/m²/s)

Emissione per incandescenza

Un “corpo nero” assorbe tutta la radiazione incidente. All’equilibrio termico, la potenza totale emessa è uguale alla potenza totale assorbita.



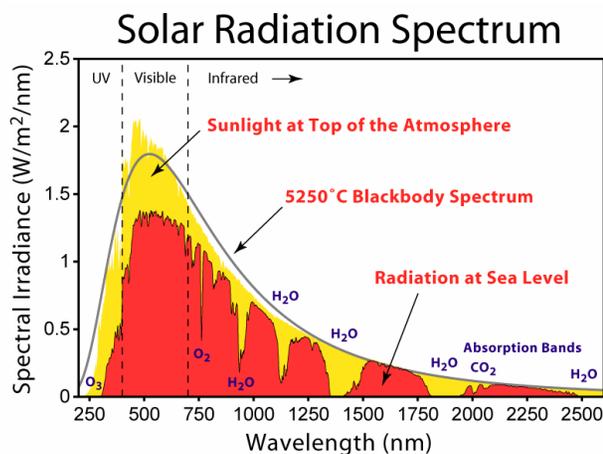
Spettro di emissione di corpo nero

$$I(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (\text{W/m}^2/\text{nm})$$

$(k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})$

Legge di Wien:

$$T\lambda_{\text{max}} = 2,89 \cdot 10^6 \quad (\text{nm K})$$



Applicazione nella tecnologia dell’illuminazione:

lampade a incandescenza

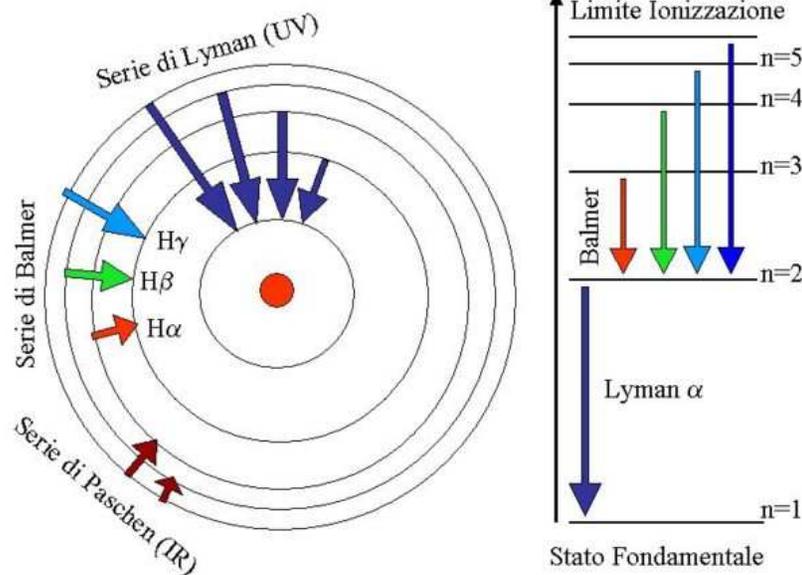


Emissione quantica

Quantizzazione dei livelli di energia degli elettroni nella materia (atomi, molecole, aggregati e cristalli)

Transizioni elettromagnetiche: Transizioni del sistema tra livelli energetici con emissione di fotoni

Diagramma dei livelli energetici elettronici e delle transizioni elettromagnetiche nell'atomo di idrogeno

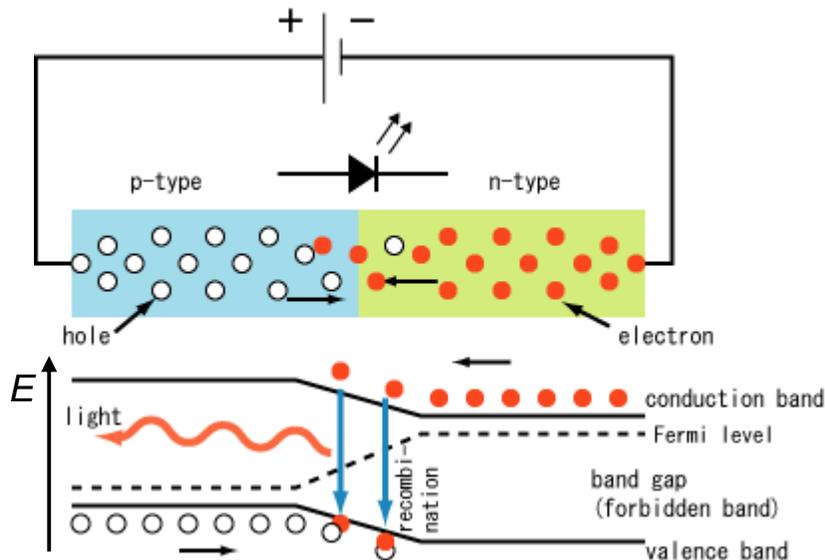


Conservazione dell'energia nel processo di emissione radiativa:

$$\Delta E = E_f - E_i = h\nu$$

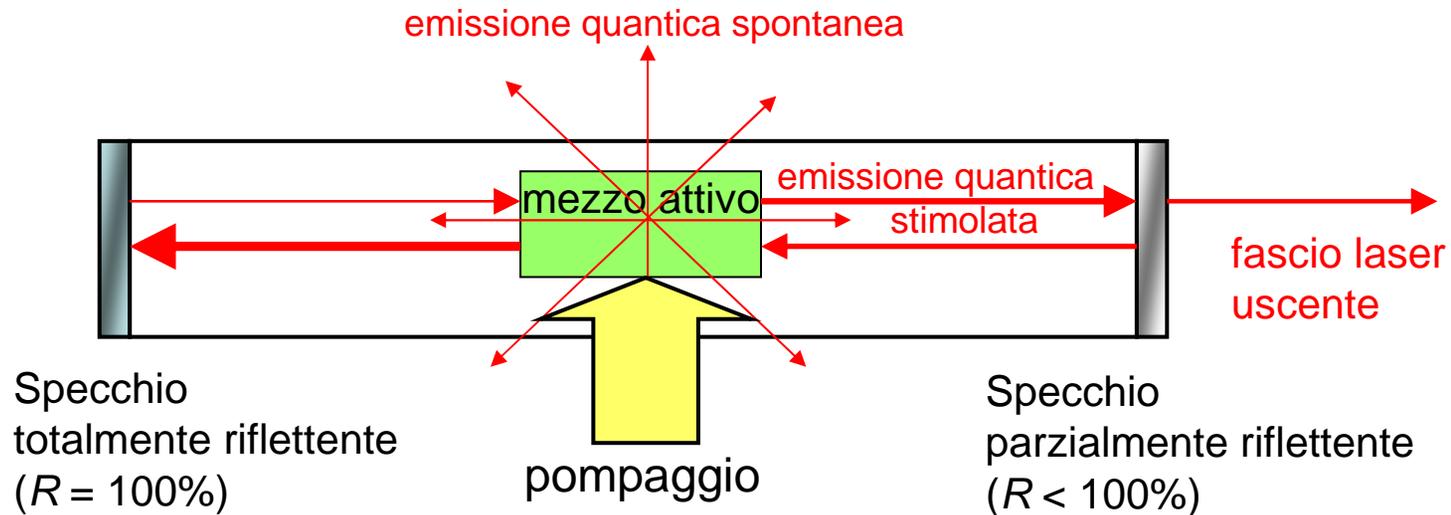
Light-emitting diode (LED)

Dispositivo a semiconduttore drogato con impurezze a formare una giunzione (diodo) $p-n$. La conduzione è per *elettroni* in *banda di conduzione* nel semiconduttore con drogaggio di tipo n , e per *buche* in *banda di valenza* in quello con drogaggio di tipo p . Sotto l'effetto di un campo elettrico esterno, i portatori di carica fluiscono attraverso la giunzione. Quando un elettrone incontra una buca cade nel livello energetico di valenza emettendo un fotone.



Laser

Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation



Il processo di amplificazione per emissione stimolata, rafforzato dalla retroazione (*feedback*) della cavità ottica, produce radiazione elettromagnetica ad alta

- direzionalità
- monocromaticità
- brillantezza



Rifrazione e riflessione totale

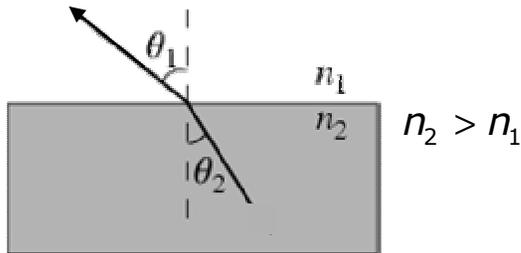
ε = costante dielettrica

$n = \sqrt{\varepsilon}$ indice di rifrazione

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_0}} = \frac{c}{n} \quad \text{velocità dell'onda nel dielettrico}$$

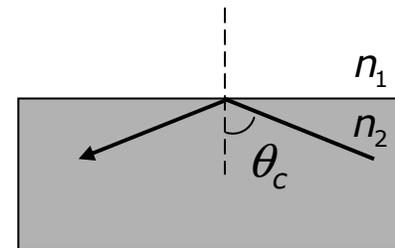
Rifrazione: Legge di Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$



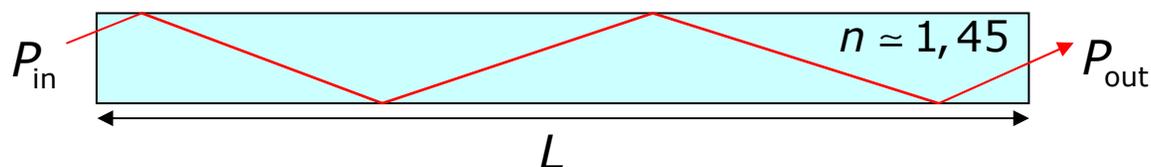
Riflessione totale interna

$$\theta_2 \geq \theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)$$



Fibre ottiche e bande telecom

Propagazione per riflessione totale interna in una fibra di vetro (SiO_2 amorfa)

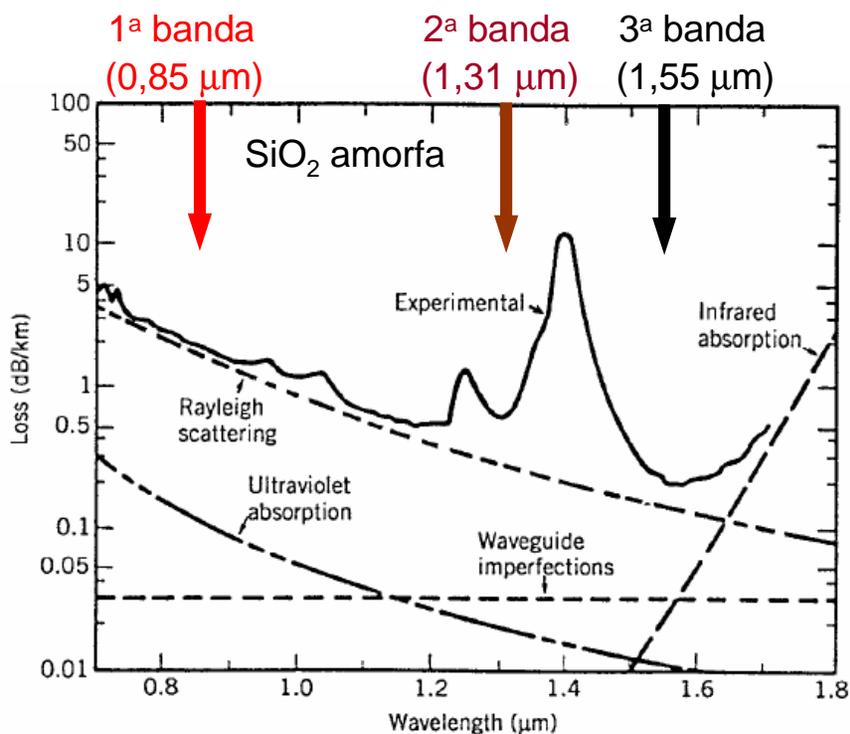


Perdite per propagazione:

$$\text{loss (dB/km)} = \frac{10}{L(\text{km})} \cdot \log\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$$

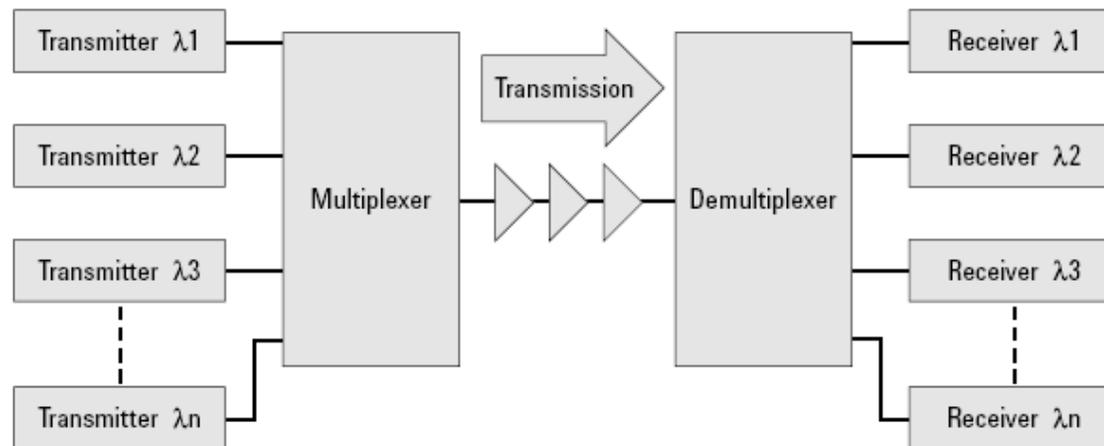
$$P_{out} = \frac{P_{in}}{2}, L = 1 \text{ km} \Rightarrow \text{loss} = 3 \text{ dB/km}$$

$$P_{out} = \frac{P_{in}}{10}, L = 1 \text{ km} \Rightarrow \text{loss} = 10 \text{ dB/km}$$



Telecomunicazioni ottiche

Sistema di telecomunicazioni in fibra ottica in terza banda attraverso la tecnica del “wavelength-division multiplexing” (WDM o DWDM)



Massima capacità attuale: **40 Gb/s/canale × 80 canali/fibra = 3,2 Tb/s/fibra**

Limite teorico di capacità di trasmissione \approx 100 Tb/s/fibra!

**Grazie per l'attenzione e
arrivederci!**