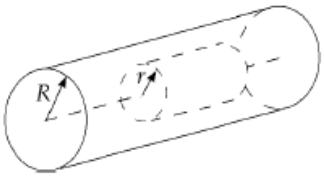
Soluzione esercizio 1



Scegliamo come superficie gaussiana un cilindro di lunghezza L e raggio r, contenuto all'interno della barretta carica e coassiale con essa.

Se ρ è positiva, il campo deve essere ovunque radialmente uscente, non vi è quindi flusso elettrico attraverso le superfici circolari agli estremi del cilindro ($E \cdot dA = 0$).
Attraverso la superficie cilindrica E deve avere sempre la stessa intensità.
Allora:

$\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ dove $q = \rho\pi r^2 L = \rho \cdot (volume\ del\ cilindro\ considerato)$

$E \oint dA = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_0}$ dove $\oint dA = 2\pi rL = area\ della\ regione\ considerata$

$E(2\pi rL) = \frac{\rho\pi r^2 L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

Soluzione esercizio 2

Si calcola il potenziale generato dalla carica nel punto A e nel punto B utilizzando la formula

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{d} \qquad (1)$$

e si sostituisce al posto di d la distanza d_1 e quella d_2. Si ottengono così i risultati $V_A = 4.5 \cdot 10^3$V e $V_B = 9 \cdot 10^3$V. La differenza di potenziale fra i due punti è quindi $\Delta V = 4.5 \cdot 10^3$V. Nella seconda configurazione i punti si trovano esattamente sulle stesse superfici equipotenziali precedenti, non cambiando quindi il risultato del problema.

Soluzione esercizio 3

I potenziali nell'angolo A e nell'angolo B si calcolano usando il principio di sopvrapposizione. Di seguito è riportato il calcolo per il vertice A, quello per il vertice B è analogo:

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{0.15} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{0.05} \tag{2}$$

si ha così

$$V_A = 60 \cdot 10^3\, V \qquad V_B = -780 \cdot 10^3\, V \tag{3}$$

Il lavoro che bisogna compiere per spostare la carica da B ad A lungo la diagonale è dato da $L = q_3 \Delta V$ dove ΔV è la differenza di potenziale fra il punto A e il punto B. Sostituendo i dati si ottiene $L = 2.51$J. Questo lavoro fa aumentare l'energia elettrostatica dell'insieme delle tre cariche che si calcola sommando fra loro i contributi delle interazioni fra ciascuna coppia di cariche:

$$U = U_{12} + U_{31} + U_{32} \tag{4}$$

Se la carica si muovesse non sulla diagonale, il lavoro sarebbe lo stesso perchè non dipende dal percorso affettuato.

Soluzione esercizio 4

Utilizziamo $E_r = -\frac{dV}{dr}$

a) Per $r < R$ $\Rightarrow$ $V = K_e \frac{Q}{R}$

$$E_r = -\frac{dV}{dr} = 0$$

b) Per $r < R$ $\Rightarrow$ $V = K_e \frac{Q}{r}$

$$E_r = -\frac{dV}{dr} = -\left(-\frac{K_e Q}{r^2}\right) = \frac{K_e Q}{r^2}$$

Soluzione esercizio 5

a) L'energia del sistema protone-campo si conserva quando il protone si muove dal potenziale più alto a quello più basso.
Consideriamo quindi il movimento del protone da un punto con potenziale 120 V a uno a potenziale 0 V.

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + qV = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$(1.60 \cdot 10^{-19} C)(120\ V) = \frac{1}{2}(1{,}67 \cdot 10^{-27} Kg)v_p^2$$

$$v_p = 1{,}52 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$$

b) L'elettrone aumenterà la sua velocità viaggiando in verso opposto, da $V_i = 0\ V$ a $V_f = 120\ V$

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + qV$$

$$0 = \frac{1}{2}(9{,}11 \cdot 10^{-31} Kg)v_e^2 + (-1.60 \cdot 10^{-19} C)(120\ V)$$

$$v_e = 6{,}49 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$