Soluzione esercizio 1

1. I condensatori C_1 e C_2 sono collegati in parallelo. La capacità equivalente è:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12.0\mu F + 5.3\mu F = 17.3\mu F$$

C_{12} e C_3 sono collegati in serie. La capacità equivalente è:

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{17.3\mu F} + \frac{1}{4.5\mu F} = 0.280\mu F^{-1}$$

cioè:

$$C_{123} = \frac{1}{0.280\mu F^{-1}} = 3.57\mu F$$

2. La carica su C_{123} è quindi:

$$q_{123} = C_{123}V = (3.57\mu F)(12.5V) = 44.6\mu C$$

.

Questa è la carica presente sia su C_{12} che su C_3 poiché sono in serie. La differenza di potenziale su C_{12} è:

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44.6\mu C}{17.3\mu F} = 2.58V$$

Questa stessa differenza di potenziale appare su C_1, così:

$$q_1 = C_1V_1 = (12\mu F)(2.58V) = 31\mu C$$

Soluzione esercizio 2

L'energia immagazzinata inizialmente è data dall'equazione:

$$U_i = \frac{1}{2}C_0V^2 = \frac{1}{2}(13.5 \times 10^{-12}F)(12.5V)^2 = 1.055 \times 10^{-9}J$$

Si può scrivere l'energia finale nella forma:

$$U_f = \frac{q^2}{2C}$$

dato che nelle condizioni del problema, q (ma non V) resta costante quando la piastra viene inserita. Una volta che la piastra è stata posizionata la capacità aumenta al valore $k_e C_0$ così che:

$$U_f = \frac{q^2}{2k_e C_0} = \frac{U_i}{k_e} = \frac{1055pJ}{6.5} = 162pJ$$

Soluzione esercizio 3

1. $$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12} F/m)(115 \times 10^{-4} m^2)}{1.24 \times 10^{-2} m} = 8.21 \times 10^{-12} F = 8.21 pF$$

2. $$q = C_0 V_0 = (8.21 \times 10^{-12} F)(85.5V) = 7.02 \times 10^{-10} C = 702pC$$

   Poiché la batteria viene staccata prima che la piastra venga inserita, la carica libera rimane invariata quando la piastra viene posizionata all'interno del condensatore.

3. Si applica la legge di Gauss:

   $$\epsilon_0 \oint \epsilon_r E \cdot dA = \epsilon_0 E_0 A = q$$

   $$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{7.02 \times 10^{-10} C}{(8.85 \times 10^{-12} F/m)(115 \times 10^{-4} m^2)} = 6900 V/m = 6.90 kV/m$$

   Si noti che ϵ_r è posto pari a 1 poiché la superficie gaussiana sulla quale viene integrata la legge di Gauss non passa attraverso il dielettrico, si noti anche che E_0 resta invariato quando la piastra è introdotta. Esso dipende soltanto dalla carica libera dei piatti.

4. $$\epsilon_0 \oint \epsilon_r E \cdot dA = \epsilon_0 \epsilon_r E A = q$$

   $$E_0 = \frac{q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{6.90 kV/m}{2.61} = 2.64 kV/m$$

5.

$$V = \int_{+}^{-} E ds = E_0(d-b) + Eb =$$

$$(6900V/m)(0.0124m - 0.0078m) + (2640V/m)(0.0078m) = 52.3V$$

6.

$$C = \frac{q}{V} = \frac{7.02 \times 10^{-12} C}{52.3V} = 1.34 \times 10^{-11} F = 13.4pF$$