

## Soluzioni esercitazione 28-11-08

### Esercizio 1

Dal momento che la somma dei momenti meccanici esterni è nulla il momento angolare della stella si deve conservare. Dunque varrà la relazione:

$$I_0 \omega_0 = I_f \omega_f$$

Poiché abbiamo assunto che la forma sia sferica, il momento d'inerzia sarà

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$

Di conseguenza:

$$\frac{I_0}{I_f} = \frac{R_0^2}{R_f^2}$$

$$\omega_f = \omega_0 \frac{I_0}{I_f} = \omega_0 \left( \frac{R_0}{R_f} \right)^2$$

Poiché:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Si avrà:

$$T_f = T_0 \left( \frac{R_f}{R_0} \right)^2$$

Dato che:

$$T_0 = 30 \text{ gg} = 86400 \cdot 30 \text{ s} = 3 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$\frac{R_f}{R_0} = 10^{-4}$$

Si ottiene:

$$T_f = 3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$v_f = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{giri}}{\text{s}}$$

**Esercizio 2**

Determiniamo la condizione di equilibrio della leva imponendo che:

$$\sum \tau = 0$$

$$\tau_r + \tau_p = 0$$

$$r_R \times R + r_p \times P = 0$$

$$|P| = |R| \frac{r_R}{r_p}$$

Dunque si ottiene:

$$r_R = 30\text{cm} = 30 \cdot 10^{-2}\text{m} = 3 \cdot 10^{-1}\text{m}$$

$$r_p = (2,10 - 0,3)\text{m} = 1,80\text{m}$$

$$m_p = m_R \frac{r_R}{r_p} = 70 \cdot \frac{0,3}{1,80}\text{kg} = 11,7\text{kg}$$

$$|F| = mg = 11,7 \cdot 9,8\text{N} = 114,66\text{N}$$

**Esercizio 3**

Momento d'inerzia iniziale della porta rispetto all'asse b:

$$I_i = I_0 + M \left( \frac{a}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} M a^2$$

Momento d'inerzia finale (dopo l'urto) della porta rispetto all'asse b:

$$I_i = I_0 + M \left( \frac{2a}{3} \right)^2 = \frac{1}{9} (3M + 4m) a^2$$

Conservazione del momento angolare:

$$mv \frac{2}{3} a = I_f \omega$$

$$\omega = mv \frac{2a}{3I_f} = \frac{6mv}{a(3M + 4m)} = 0,97 \text{ rad/s}$$