Soluzione esercizio 1

Il momento della forza che agisce sulla corda è $\tau = TR$, dove T è la tensione della corda. Il peso della carrucola e la reazione dovuta all'asse hanno retta d'azione passante per l'asse, e quindi hanno momento nullo. Essendo $\tau = I\alpha$ si ha:

$$\tau = I\alpha = TR$$
$$\alpha = \frac{TR}{I}$$

Applichiamo ora la seconda legge di Newton alla massa m, facendo uso del diagramma delle forze.

$$\sum F_y = T - mg = -ma$$
$$a = \frac{mg - T}{m}$$

L'accelerazione lineare dalla massa è uguale a quella di un punto che si trova sul bordo della carrucola, e quindi l'accelerazione della carrucola è $\alpha = a/R$. Facendo uso di questo fatto si ha:

$$a = R\alpha = \frac{TR^2}{I} = \frac{mg - T}{m}$$
$$T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}} = \frac{5kg \cdot 9{,}8m/s}{1 + \frac{5kg \cdot (0{,}5m)^2}{0{,}09kgm^2}} = 3{,}3N$$

Analogamente si ha:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{mR^2}} = \frac{9{,}8m/s}{1 + \frac{0{,}09kgm^2}{5kg \cdot (0{,}5)^2}} = 9{,}1m/s^2$$
$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{g}{R + \frac{I}{mR}} = 18{,}3rad/s^2$$

Soluzione esercizio 2

Teorema dell'energia cinetica:

$$\frac{1}{2} I\omega^2 = \mu F r 2\pi n$$

Dove I è il momento d'inerzia della ruota. Quindi:

$$\mu = \frac{I\omega^2}{4\pi F r} = 0{,}27$$

Soluzione esercizio 3

1. Considerando l'uomo come un oggetto puntiforme di massa m, il momento d'inerzia iniziale del sistema rispetto all'asse è:

$$I_i = I_d + I_u = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

Quando l'uomo si trova a r<R dal centro, il momento di inerzia si riduce a:

$$I_f = \frac{1}{2}MR^2 + mr^2$$

Poiché il disco è vincolato a ruotare intorno ad un asse verticale senza attrito, il momento risultante delle forze esterne rispetto al centro del disco è nullo. Quindi il momento angolare totale rispetto al centro rimane costante, essendo l'attrito tra uomo e disco una forza interna al sistema. Si ha quindi:

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

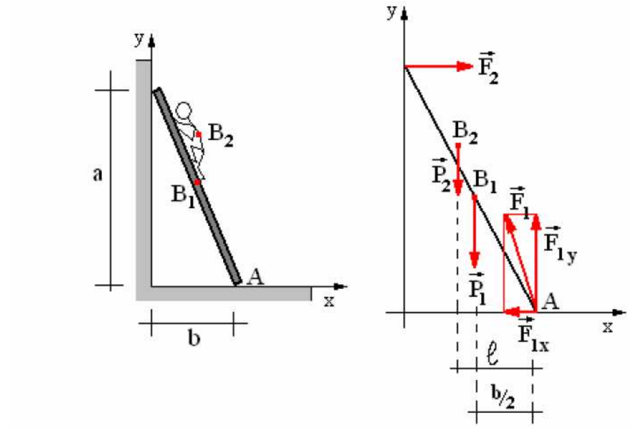
$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_i = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_f$$

$$\omega_f = \omega_i \frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2} = 2rad/s \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot 100kg\cdot(2m)^2 + 60kg\cdot(2m)^2\right)}{\left(\frac{1}{2}\cdot 100kg\cdot(2m)^2 + 60kg\cdot(0{,}5m)^2\right)} = 4{,}1rad/s$$

2.
$$K_i = \frac{1}{2}I_i\omega_i^2 = \frac{1}{2}\left(440kgm^2\right)\left(2rad/s\right)^2 = 880J$$

$$K_f = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2 = \frac{1}{2}\left(215kgm^2\right)\left(4{,}1rad/s\right)^2 = 1800J$$

Soluzione esercizio 4



Indichiamo con B_1 e B_2 i baricentro rispettivamente della scala e dell'uomo. Con F_2 la reazione opposta dalla parete verticale (il vettore è perfettamente ortogonale alla parete stessa a causa della assenza di attrito). E con F_1 la reazione opposta dal pavimento.

In quest'ultimo caso il vettore non è normale al pavimento perché l'attrito genera una F_{1x} che, assieme alla F_{1y}, genera una F_1 leggermente inclinata da una parte.

Osservando il diagramma di un corpo libero, possiamo ricavare due relazioni, una orientata lungo x e l'altra orientata lungo y.

$$\begin{cases} F_2 - F_{1x} = 0 \\ F_{1y} - P_1 - P_2 = 0 \end{cases}$$

Inoltre per i momenti (riferendoli al punto A, la cui scelta è arbitraria), si ottiene:

$$F_2 \cdot a - P_1 \frac{b}{2} - P_2 \cdot \ell = 0$$

Ricavando F_2 dal primo sistema e sostituendolo nelle altre due equazioni:

$$\begin{cases} F_{1y} - P_1 - P_2 = 0 \\ F_{1x} \cdot a - P_1 \dfrac{b}{2} - P_2 \cdot \ell = 0 \end{cases}$$

Risolvendo:

$$F_{1y} = P_1 + P_2 = 60kg9,8m/s + 80kg9,8m/s = 1372N$$

$$F_{1x} = P_1 \frac{b}{2a} + P_2 \cdot \frac{l}{a} = 588N \frac{3m}{2 \cdot 8m} + 784N \frac{2m}{8m} = 306,25N = F_2$$

$$F_1 = \sqrt{(1372N)^2 + (306,25N)^2} = 1405,76N$$