

Soluzioni esercitazione del 7-11-08

Esercizio 1:

a. Il moto è descritto dalla legge oraria:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

è l'andamento della velocità è dato da:

$$v(t) = v_0 + at$$

Si sceglie $x=0$ per il punto di partenza del tram, quindi, per la prima parte del moto, poiché la velocità iniziale è nulla, si hanno:

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{e} \quad v(t) = at$$

Dalla prima relazione si trova l'intervallo di tempo necessario per percorrere la prima metà del percorso:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot D/2}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000m/2}{0,2m/s^2}} = 100s$$

Dalla seconda relazione si trova la velocità raggiunta nel punto di mezzo tra le due fermate:

$$v(t) = 0,2m/s^2 \cdot 100s = 20m/s$$

Per la seconda metà del percorso si impone $t=0$ il tempo in cui il tram si trova a metà strada, quindi $x_0=D/2=1000m$, $v_0=20m/s$, $x(\Delta t) = D$ e $v(\Delta t) = 0m/s^2$.

Sfruttando la seconda relazione si ha:

$$\Delta t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{20m/s}{-0,2m/s^2} = 100s$$

Ovviamente essendoci simmetria nella fase di accelerazione e di decelerazione il tempo di frenata è uguale a quello di accelerazione.

$$\Delta t_T = 2\Delta t = 200s$$

b. La velocità massima del tram è ovviamente quella nel punto di mezzo:

$$v_{Max} = 20m/s$$

Esercizio 2:

Il moto è circolare uniforme. L'accelerazione centripeta in modulo è:

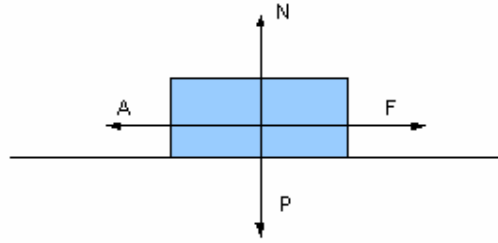
$$a_c = \frac{v_s^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\omega = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{rad}}{60\text{s}} = 0,105 \text{rad/s}$$

$$a_c = \omega^2 r = (0,105 \text{rad/s})^2 15\text{m} = 0,164 \text{m/s}^2$$

Nel punto più basso l'accelerazione è diretta verso l'alto, nel punto più alto verso il basso.

Esercizio 3:



- a. Fino a che il libro è fermo sul tavolo il vincolo è in grado di esercitare una forza normale uguale ed opposta alla forza peso ed una forza di attrito statico proporzionale al peso del libro. La forza di attrito ha modulo massimo pari a $A = \mu_s P$, è diretta lungo la direzione della forza esterna $\vec{F}$, con verso opposto. Fino a che $\vec{F}$ non assume un'intensità almeno pari a $\mu_s P$ la forza di attrito sarà quindi in grado di opporsi e il libro resterà fermo.

$$F_{\min} = \mu_s P = \mu_s mg = 0,54 \cdot 0,4\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 2,12\text{N}$$

- b. Una volta che il libro si mette in moto la forza di attrito è sempre diretta in verso opposto ad $\vec{F}$ ma ha modulo inferiore, pari a $\mu_d P = \mu_d mg$. Dal secondo principio si ha:

$$\vec{F} + \vec{F}_{att} = m\vec{a}$$

Lungo l'asse x si ha:

$$F - \mu_d mg = ma$$

$$a = \frac{F - \mu_d mg}{m} = \frac{2,12\text{N} - 0,31 \cdot 0,4\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2}{0,4\text{kg}} = 2,26\text{m/s}^2$$

Il moto è uniformemente accelerato e la velocità al tempo t vale:

$$v(t) = a \cdot t$$

Quindi il tempo t^* necessario affinché il libro acquisti velocità v è dato da:

$$t^* = \frac{v}{a} = \frac{20\text{m/s}}{12,46\text{m/s}^2} = 8,85\text{s}$$

c. In tale tempo il punto sarà spostato nella posizione:

$$x(t) = \frac{1}{2}at^{*2} = \frac{1}{2} \cdot 2,26m/s^2 \cdot (8,85s)^2 = 88,58m$$

Esercizio 4:

La forza che agisce sul punto è conservata quindi l'energia si conserva durante il moto:

$$U + T = E_0$$

Nel punto di massima elongazione A l'energia cinetica è nulla, in quanto la velocità del punto è nulla:

$$\frac{1}{2}kA^2 = E_0$$

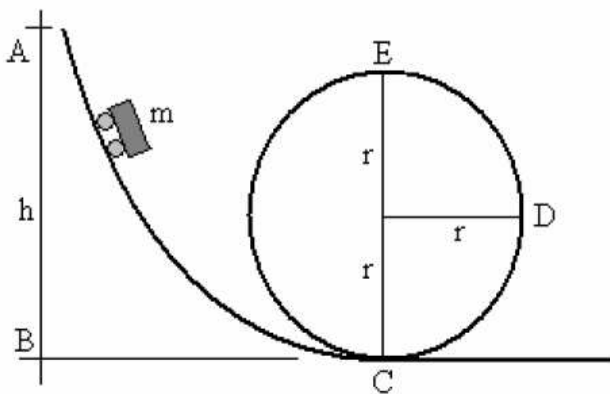
Per la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}kx^2 + T = E_0 = \frac{1}{2}kA^2$$

Nel caso in cui l'energia cinetica e potenziale siano uguali:

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$
$$x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{3cm}{\sqrt{2}} = \pm 2,12cm$$

Esercizio 5:



Il punto critico è il punto E in cui il carrello è sottoposto alla forza peso rivolta verso il basso e la forza centrifuga rivolta verso l'alto, quest'ultima deve essere almeno uguale in modulo alla forza peso.

Ponendo l'energia potenziale in B uguale a zero si ha:

$$E_A = mgh + 0$$

$$E_E = mg(2r) + \frac{1}{2}mv^2$$

Per la conservazione dell'energia:

$$mgh = 2mgr + \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = 2gh - 4gr = 2g(h - r)$$

È la velocità nel punto E.

Ponendo che in questo punto la forza centrifuga sia uguale alla forza peso:

$$F_c = mg$$

$$m \frac{v^2}{r} = mg$$

$$\frac{2g(h - r)}{r} = g$$

$$2gh - 4gr = gr$$

$$h = \frac{5}{2}r$$

Esercizio 6:

a. Per la conservazione della quantità di moto si ha:

$$mv_{in} = (m + M)v_{fin}$$

$$v_{fin} = \frac{m}{m + M}v_{in} = \frac{0,05kg}{0,05kg + 1,95kg}80m/s = 2m/s$$

b. l'energia meccanica dissipata nell'urto:

$$-\Delta E = E - E' = \frac{1}{2}mv_{in}^2 - \frac{1}{2}(m + M)v_{fin}^2$$

$$-\Delta E = \frac{1}{2}mv_{in}^2 - \frac{1}{2}(m + M)\left(\frac{m}{m + M}\right)^2v_{in}^2 = \frac{1}{2}\frac{Mm}{m + M}v_{in}^2 = \frac{1}{2}\frac{1,95kg \cdot 0,05kg}{1,95kg + 0,05kg}(2m/s)^2 = 156J$$