Soluzione esercizio 1

(a) Quando la sbarra si sposta di 1.30 m, l'estremità della corda si muove di 1/2(1.30)m = 0.65 m andando dapprima sopra e poi sotto la posizione di equilibrio, quindi l'ampiezza e' 0.65 m.

Tutto il moto viene ripetuto 125 volte ogni secondo e quindi la frequenza e' di 125 vibrazioni per secondo ovvero 125Hz.

La velocita' dell'onda e':

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{96\mathrm{N}}{0.251\mathrm{Kg}/M}} = 19.6\mathrm{m}/s$$

La lunghezza d'onda e' data da $\lambda = v/\nu$ e quindi:

$$\lambda = \frac{19.6\mathrm{m}/s}{125\mathrm{Hz}} = 0.156m$$

(b) Poiché l'espressione generale per un onda trasversale sinusoidale che si propaga nella direzione + x e':

$$y(x,t) = y_m sen(kx - \omega t - \varphi)$$

Imponendo le condizioni iniziali date (y = 0 e dy/dt < 0 per x = 0 e t = 0), si ricava:

$$y_m sen(-\varphi) = 0 \qquad -y_m \omega \cos(-\varphi) < 0$$

Questo significa che la costante di fase deve essere posta uguale a zero (o un multiplo intero di 2π):

$$y(x,t) = y_m sen(kx - \omega t)$$

e sostituendo i valori numerici:

$$y_m = 0.65\,m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.156\mathrm{m}} = 40.3\mathrm{rad}/m$$

$$\omega = vk = (19.6\mathrm{m})(40.3rad/m) = 789\mathrm{rad}/s$$

si ottiene l'equazione d'onda:

$$y(x,t) = 0.65\mathrm{sen}(0.493\mathrm{x} - 789\mathrm{t})$$

Soluzione esercizio 2

(a) L'onda combinata e':

$$y(x,y) = \left[2y_m \cos(\Delta\varphi/2)\right] sen(kx - \omega t - \varphi')$$

quindi l'ampiezza:

$$\left(2y_m \cos(\Delta\varphi/2)\right(= 2(9.7\text{mm})\left(\cos(110^0/2)\right(= 11.1\text{mm} = 0.0111\text{m}$$

(b) Se la quantita' $\left(2y_m \cos(\Delta\varphi/2)\right(= y_m$ dobbiamo avere:

$$\left(2\cos(\Delta\varphi/2)\right(= 1$$

ossia:

$$\Delta\varphi = 2arccos(1/2) = 120^0 \text{ o } -120^0$$

Esercizio 1

La frequenza del moto armonico smorzato è data da:

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = 2{,}31 rad/s$$

Il periodo è:

$$T = \frac{1}{\nu} = 2{,}72s$$

Dall'equazione:

$$x = Ce^{-bt/2m}\cos(\omega t + \phi)$$

Si vede che l'ampiezza si riduce a 1/3 del valore iniziale quando

$$e^{-bt/2m} = 1/3$$

cioè:

$$-bt/2m = \ln(1/3) = -\ln 3$$

da cui:

$$t = \frac{2m}{b}\ln 3 = 14{,}3s$$

Quindi dopo un numero di oscillazioni pari a:

$$N = \frac{t}{T} = 5{,}26$$

Esercizio 4

Ricordando che:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

e che:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Si trova:

$$\lambda_1 = 33m \qquad T_1 = 1s$$

$$\lambda_2 = 0.33m \qquad T_2 = 1ms$$

$$\lambda_3 = 6{,}6 \cdot 10^{-6}\, m \qquad T_3 = 20ns$$

Esercizio 5

Il numero di battimenti al secondo è uguale alla differenza (in valore assoluto) delle frequenze delle due onde che interferiscono:

$$\nu_{bat} = |\nu_1 - \nu_2|$$

Nel caso in esame si avrebbero due alternative, ma facendo cadere la cera su un rebbio, se ne abbassa la frequenza di vibrazione (perché aumenta la massa). Se la frequenza dei battimenti diminuisce, significa che $|\nu_1 - \nu_2|$ è diminuito e pertanto è corretto:

$$\nu_1 = 387Hz$$